2020

Pratiques pédagogiques à fort impact en mathématiques

Ontario

Table des matières

La Fonction publique de l'Ontario s'efforce de faire preuve de leadership quant à l'accessibilité. Notre objectif est de nous assurer que tous les employés du gouvernement de l'Ontario et tous les membres du public que nous servons ont accès à tous les services, produits et installations du gouvernement. Ce document, ou l'information qu'il contient, est offert en formats substituts sur demande. Veuillez nous faire part de toute demande de format substitut en appelant ServiceOntario au 1 800 668-9938 (ATS : 1 800 268-7095).

An equivalent publication is available in English under the title: High-Impact Instructional Practices in Mathematics (2020)

Cette publication est affichée sur le site Web du ministère de l'Éducation au **www.ontario.ca/fr/page/ministere-de-leducation**.

20-006 • ISBN 978-1-4868-3804-2 (HTML) • ISBN 978-1-4868-3805-9 (PDF)

Composantes d'un enseignement efficace des mathématiques

Le premier pas vers un enseignement efficace des mathématiques est posé lorsque le personnel enseignant a des attentes élevées envers les élèves, tout en ayant confiance dans leur potentiel d'apprendre et de faire des mathématiques. L'enseignement efficace utilise des pratiques adaptées à la culture et des expériences d'apprentissage différencié pour répondre aux besoins d'apprentissage individuels des élèves. Il met l'accent sur le développement de la compréhension conceptuelle, de la maîtrise des connaissances procédurales, de la communication et de l'acquisition d'habiletés, notamment des habiletés en résolution de problèmes. Cela suppose que le personnel enseignant choisisse et utilise une large gamme de pratiques d'enseignement efficace ayant un fort impact sur l'apprentissage des élèves (Hattie, 2009; National Council of Teachers of Mathematics, 2014).

La présente ressource vise à établir une compréhension et un cadre communs au sujet des pratiques pédagogiques à fort impact en mathématiques. Elle vise également à promouvoir et à élargir les pratiques et les stratégies pédagogiques qui permettent d'améliorer l'enseignement et l'apprentissage. La présente ressource comprend une série de fiches de renseignements décrites en détail ci-après. Des références bibliographiques et des ressources sont aussi fournies à la fin du texte pour approfondir le sujet.

Avant d'examiner ces pratiques d'enseignement à fort impact, il est utile de réfléchir aux autres facteurs importants pour l'enseignement des mathématiques – l'importance de connaître les apprenantes et les apprenants et de comprendre le programme-cadre, de fournir un milieu d'apprentissage positif et sécuritaire et de susciter des preuves d'apprentissage par la triangulation afin de diversifier l'évaluation.

Connaître les apprenantes et les apprenants ainsi que le programme-cadre

Pour que l'enseignement de toutes les disciplines soit efficace, il faut que le personnel enseignant connaisse ses élèves et soit à l'affût de leurs besoins d'apprentissage et de leurs points forts, de leurs antécédents et circonstances, et de leurs identités personnelles et sociales. Les enseignantes et enseignants doivent également prêter attention à leur propre situation sociale – c'est-à-dire leur genre, race ou ethnie, leur statut socio-économique, âge, capacité, religion, orientation sexuelle et localisation géographique – et à l'influence de leur situation sociale sur leur capacité à tisser des liens avec leurs élèves. La sensibilisation du personnel enseignant à la situation sociale est importante pour l'enseignement et l'apprentissage dans la mesure où elle permet de comprendre que tout le monde ne pense pas de la même manière et ne vit pas la même réalité, et que nos perceptions sont informées par des facteurs sociaux. Cette prise de conscience est essentielle pour offrir des programmes adaptés et sensibles à la culture et pour favoriser le sentiment général de bien-être et de l'identité des élèves ainsi que leur capacité d'apprendre.

Grâce aux conversations et aux interactions avec les élèves, le personnel enseignant peut en apprendre davantage sur leurs antécédents, centres d'intérêt, points forts et besoins – ainsi que sur leurs compréhension et raisonnement mathématiques. Les enseignantes et enseignants peuvent mieux comprendre et apprécier le point de vue unique des élèves issus de communautés linguistiques diverses, y compris de la communauté francophone, et de celles et ceux qui ont des besoins particuliers en matière d'éducation. Savoir où en sont les élèves dans leur apprentissage et ce qui est nécessaire pour les faire progresser constitue le but de l'évaluation *au service de* l'apprentissage et représente une composante essentielle d'un enseignement efficace.

En tenant compte de ces renseignements, le personnel enseignant planifie en se basant sur le programme-cadre et élabore délibérément en même temps des leçons et des formes d'évaluation afin que l'enseignement et l'évaluation soient bien intégrés. Les enseignantes et enseignants peuvent utiliser des tâches de mathématiques ciblées et adaptées à la culture qui favorisent la compréhension conceptuelle et les connaissances procédurales, et ainsi aider les élèves à établir des liens. De plus, une enseignante ou un enseignant efficace comprend comment l'apprentissage progresse au fil des années et comment les attentes du programme-cadre reflètent cette évolution.

Créer un milieu d'apprentissage positif et sécuritaire

Un enseignement efficace des mathématiques doit être appuyé par un milieu d'apprentissage inclusif, positif et sécuritaire, où les élèves se sentent valorisés et engagés. Pour ce faire, le personnel enseignant peut informer les élèves de ce qu'on attend d'elles et d'eux et du fonctionnement de la classe. Lorsqu'on présume que les élèves savent déjà ce qu'on attend d'elles et d'eux, des problèmes liés à la gestion de la salle de classe et à l'engagement des élèves peuvent survenir. L'élaboration de normes et de routines au début d'une période d'enseignement prend du temps, mais c'est du temps bien investi qui peut ouvrir la voie à une année productive. De plus, si une enseignante ou un enseignant décide de cocréer des normes et des routines de classe avec ses élèves, elle ou il peut travailler de concert avec les élèves pour créer un milieu d'apprentissage positif.

Dans un milieu efficace pour l'enseignement des mathématiques, les élèves savent « à quoi cela ressemble » :

- de travailler avec une ou un partenaire ou un petit groupe;
- de persévérer face à un problème difficile;
- de représenter et communiquer leur raisonnement;
- d'utiliser du matériel de manipulation;
- de travailler de façon autonome;
- de résoudre des problèmes et de penser logiquement;
- d'écouter activement;
- de donner et recevoir de la rétroaction.

Le rôle de l'évaluation

L'évaluation est le processus de collecte de renseignements qui reflète avec précision la mesure dans laquelle l'élève répond aux attentes d'une matière du programme-cadre. Le but premier de l'évaluation est d'améliorer l'apprentissage. L'évaluation visant à améliorer l'apprentissage des élèves est considérée à la fois comme une « évaluation *au service de* l'apprentissage » et une « évaluation *en tant qu'*apprentissage ». L'évaluation *au service de* l'apprentissage est le processus continu de recherche de preuves attestant le progrès de chaque élève dans l'atteinte des résultats d'apprentissage visés et l'utilisation de ces renseignements pour déterminer les prochaines étapes. L'évaluation *en tant qu'*apprentissage permet à l'éléve de participer à l'évaluation de son progrès et de réfléchir à son apprentissage.

Les observations, les conversations, la pratique de « constater et d'identifier l'apprentissage », les portfolios, les entrevues, les tâches d'évaluation, les jeux-questionnaires et les tests ne sont que certains des outils et des stratégies d'évaluation que les enseignantes et enseignants en mathématiques peuvent utiliser pour recueillir des preuves d'apprentissage des élèves par rapport aux attentes et aux contenus d'apprentissage du programme-cadre. Un équilibre entre ces stratégies et ces outils peut fournir une bonne représentation de l'apprentissage des élèves. En fin de compte, une évaluation efficace révèle où en sont les apprenantes et les apprenants, où elles et ils doivent en être et comment elles et ils y arriveront (Black et Wiliam, 2009). Elle indique quand et comment une stratégie pédagogique particulière peut aider à consolider ou à approfondir la compréhension des élèves. En d'autres termes, une évaluation efficace permet au personnel enseignant de trouver l'équilibre optimal entre le niveau de difficulté d'une tâche et la capacité des élèves à s'engager et l'accomplir avec succès, ce qu'on appelle parfois la « gestion du flow » – un état qui améliore l'engagement, la productivité et le bien-être (Liljedahl, 2018b).

Lorsque le personnel enseignant utilise une gamme de pratiques d'évaluation pour comprendre comment leurs élèves progressent, lorsqu'il a une compréhension approfondie du programme-cadre et du processus d'apprentissage, et lorsqu'il crée un climat d'apprentissage positif en classe, il jette les bases d'un enseignement efficace en mathématiques.

Pratiques pédagogiques à fort impact

L'utilisation réfléchie de pratiques pédagogiques à fort impact – c'est-à-dire le fait de savoir quand les utiliser et comment les combiner pour appuyer l'atteinte d'objectifs précis en mathématiques – est une partie importante de l'enseignement efficace des mathématiques. Cette ressource met l'accent sur les pratiques qui ont un fort impact sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, comme le montre la recherche (voir la méta-analyse de Hattie, Fisher, Frey et coll., 2017). Veuillez trouver ci-après une série de fiches de renseignements qui décrivent les pratiques pédagogiques à fort impact, y compris les façons dont elles peuvent être mises en œuvre et dont elles se présentent en salle de classe :

- Résultats d'apprentissage, critères d'évaluation et rétroaction descriptive;
- Enseignement explicite;
- Tâches et expériences de résolution de problèmes;
- Enseignement pour la résolution de problèmes;
- Outils et représentations;
- Conversations mathématiques;
- Enseignement en petits groupes;
- Pratique délibérée;
- Regroupements flexibles.

Bien qu'une leçon puisse mettre en évidence l'une de ces pratiques à fort impact, d'autres pratiques seront inévitablement utilisées. Ces pratiques pédagogiques sont rarement utilisées seules. Par ailleurs, la « meilleure » pratique d'enseignement n'existe pas. Plutôt, afin de créer une expérience d'apprentissage optimale pour les élèves, le personnel enseignant doit choisir la bonne pratique au bon moment. Le personnel enseignant utilise sa connaissance des élèves, sa compréhension approfondie du programme-cadre et des savoirs mathématiques qui en sous-tendent les attentes et les contenus d'apprentissage, ainsi qu'une large gamme de stratégies d'évaluation pour déterminer quelle pratique pédagogique à fort impact ou quelle combinaison de pratiques soutient le mieux les élèves.

Ce sont des décisions importantes, ayant un impact significatif sur l'apprentissage, qui sont prises continuellement tout au long d'une leçon. Nous espérons donc que cette ressource suscitera des discussions sur ces types de décisions pédagogiques et sur les jugements professionnels qui sont une partie intégrante de l'enseignement efficace. L'enseignement a de l'importance et l'utilisation judicieuse de pratiques pédagogiques à fort impact joue à cet égard un rôle de premier plan dans la maximisation de cette importance.

Résultats d’apprentissage, critères d’évaluation et rétroaction descriptive

Bien que certaines pratiques pédagogiques à fort impact puissent être utilisées seulement occasionnellement, en fonction des besoins, il est toujours important de fournir aux élèves des résultats d’apprentissage et des critères d’évaluation. Celle-ci est une pratique *essentielle* pour un enseignement efficace. Les résultats d’apprentissage et les critères d’évaluation décrivent l’intention de la leçon et la façon dont cette intention sera réalisée. Lorsque l’enseignante et l’enseignant et les élèves ont une compréhension claire et commune de ce qui est appris et de ce à quoi ressemble cet apprentissage, toutes les autres pratiques pédagogiques reposent sur de plus solides bases.

Les résultats d’apprentissage sont déterminés à partir des attentes et des contenus d’apprentissage et ils sont partagés avec les élèves et clarifiés tout au long de l’apprentissage. Le personnel enseignant a une compréhension claire des résultats d’apprentissage et en est conscient tout au long de la leçon ou de la série de leçons. À la fin d’une leçon, pendant la consolidation, les élèves en prendront également conscience.

Quand les critères d’évaluation sont clairs et significatifs pour les élèves, ces derniers savent à quoi ressemble l’atteinte des résultats de l’apprentissage et elles et ils peuvent suivre leurs progrès vers l’atteinte de cet objectif. Lorsque les enseignantes ou enseignants coconstruisent les critères avec les élèves, cela leur permet de s’engager pleinement dans la matière – en l’occurrence, les mathématiques – et les habilite à prendre en main leur apprentissage. Les critères d’évaluation sont formulés en utilisant aussi souvent des énoncés à la première personne du singulier qui activent le cerveau et encouragent l’apprentissage par l’imitation et l’écoute empathique. Lorsque les élèves produisent des énoncés à la première personne du singulier, elles et ils reconnaissent qu’*elles* et *ils* sont la force qui agit sur leur apprentissage (Hattie, Fisher, Frey et coll., 2017).

Il est également important que la rétroaction descriptive soit alignée sur les critères d’évaluation. De cette façon, l’élève reçoit les renseignements précis dont elle ou il a besoin pour atteindre le résultat d’apprentissage visé. Lorsqu’il y a de multiples occasions de rétroaction et de suivi, tous les élèves acquièrent des habiletés pour évaluer leur propre apprentissage au fur et à mesure qu’elles et ils réfléchissent aux critères d’évaluation.

DANS LA SALLE DE CLASSE

Tous les élèves réussissent mieux lorsqu'elles et ils savent ce qu'il s'agit de faire et d'apprendre, que ces renseignements soient disponibles sur une grande feuille de papier, sur une plateforme numérique ou dans leur cahier. Des résultats d'apprentissage clairement formulés et une compréhension des étapes nécessaires pour les atteindre aident *toutes* les apprenantes et *tous* les apprenants. Lorsque ces éléments sont fournis, les élèves sont en mesure de répondre à des questions comme celles-ci : « À quoi ressemble une "réponse complète"? », « Que signifie "montrer son travail"? », « Que signifie "justifier son raisonnement"? ».

Lorsque les élèves *commencent à* se familiariser avec un concept, les critères d'évaluation devraient :

- définir les termes ou le vocabulaire à utiliser;
- inclure les concepts mathématiques clés au fur et à mesure qu'ils émergent en classe.

Au fur et à mesure que les élèves *progressent* dans leur apprentissage, les critères d'évaluation devraient :

- définir le résultat d'apprentissage dans un langage et accessible à l'élève;
- inclure les concepts mathématiques clés au fur et à mesure qu'ils émergent en classe;
- inclure les conventions mathématiques appropriées.

Lorsque les élèves sont plongés *au cœur* du processus d'apprentissage, les critères d'évaluation devraient :

- définir à quoi ressemble l'atteinte des résultats d'apprentissage;
- établir des liens avec d'autres domaines d'études ou matières;
- promouvoir l'autoréflexion.

Ontario

Enseignement explicite

L’enseignement explicite est une forme concise et intentionnelle d’enseignement. Il utilise des résultats d’apprentissage clairement communiqués, présente des modèles et des représentations contextualisés, et comprend des questions et des activités brèves. Il verbalise les processus cognitifs, définit et utilise le vocabulaire mathématique et précise les concepts clés et les liens. L’enseignement explicite vérifie la compréhension, résume l’expérience et fournit une rétroaction. Il peut impliquer toute la classe, de petits groupes flexibles ou une ou un élève à la fois. Un enseignement explicite *efficace* n’est pas un cours magistral. Il n’est pas didactique et n’est pas dirigé par une enseignante ou un enseignant qui parle devant la classe (Hattie, 2009).

La durée de l’enseignement explicite peut varier selon l’année d’études ou le but de l’enseignement. Cela peut prendre deux minutes ou vingt minutes, mais il est toujours soigneusement planifié pour modéliser, préciser et approfondir la pensée mathématique.

Un enseignement explicite efficace commence par une intention d’apprentissage et des critères d’évaluation clairement définis. Les élèves participent alors que l’enseignante ou l’enseignant catégorise, met en question et évalue la compréhension. L’enseignement explicite comprend une enquête guidée, une pratique guidée, une rétroaction et une consolidation qui relient les idées, les concepts et les habiletés développés au cours de la leçon. Il se termine par une occasion pour les élèves de s’exercer, que ce soit de façon autonome, avec une ou un partenaire ou en petits groupes. Une fois qu’un concept est appris ou une habileté est acquise, la pratique renforce le concept ou l’habileté et aide l’élève à tisser des liens.

DANS LA SALLE DE CLASSE

Dans l'enseignement explicite, les élèves peuvent être rassemblés sur le tapis, assis à leur bureau ou debout devant une surface verticale non permanente (par exemple, un tableau blanc), alors que l'enseignante ou l'enseignant utilise une certaine stratégie ou un outil, pose des questions ou vérifie la compréhension. L'enseignante ou l'enseignant utilise le questionnement, la réflexion à haute voix et différentes représentations pour amener les élèves à atteindre le résultat d'apprentissage visé.

Lorsque les élèves *commencent* à se familiariser avec un concept, l'enseignement explicite devrait :

- activer les connaissances antérieures et introduire du nouveau vocabulaire mathématique;
- mettre en évidence des idées mathématiques clés tirées de travaux préalables d'élèves;
- relier différentes représentations et stratégies;
- montrer comment utiliser le matériel de manipulation, les modèles ou les représentations.

Au fur et à mesure que les élèves *progressent* dans leur apprentissage, l'enseignement explicite devrait :

- renforcer les procédures ou aider les élèves à utiliser des procédures plus efficaces;
- mettre en évidence ou introduire des conventions mathématiques.

Lorsque les élèves sont plongés *au cœur* du processus d'apprentissage, l'enseignement explicite devrait :

- mettre en évidence les liens entre les tâches, les stratégies, les représentations et les concepts;
- encourager la métacognition ou la réflexion sur sa propre pensée. Lorsque les élèves sont invités à réfléchir et à suivre l'évolution de leur propre réflexion, elles et ils développent une mesure du « caractère raisonnable ou de la vraisemblance » de leur solution et sont capables de l'évaluer. De telles habiletés métacognitives peuvent ne pas venir naturellement à tous les élèves, d'où la nécessité de les enseigner.

Tâches et expériences de résolution de problèmes

Utiliser les tâches et les expériences de résolution de problèmes ou l'enseignement par la résolution de problèmes pour introduire des concepts, s'appuyer sur les connaissances antérieures, intégrer les idées des élèves et consolider l'apprentissage sont des pratiques efficaces. Les tâches et les expériences de résolution de problèmes peuvent donner aux élèves l'occasion de raisonner, de communiquer, de représenter et de faire des liens, ainsi que de justifier leur pensée. En encourageant les élèves à participer à ces processus mathématiques, le personnel enseignant peut déterminer leur compréhension actuelle des mathématiques, mettre en évidence les concepts clés et jeter les bases d'un nouvel apprentissage des mathématiques. Les problèmes doivent être soigneusement sélectionnés et différenciés afin qu'ils soient accessibles tout en représentant un défi pour tous les élèves – par exemple, des tâches parallèles utilisant des nombres différents peuvent permettre aux élèves de travailler avec le même problème à des niveaux différents.

Lorsque les tâches comportent de multiples points d'entrée et qu'elles permettent la mise en œuvre d'une variété de stratégies et de solutions, elles sont accessibles et donnent à un plus grand nombre d'élèves l'occasion de développer des idées mathématiques. Travailler sur un problème dès le début de l'apprentissage permet d'améliorer la compréhension davantage que les approches qui prônent d'« enseigner puis de mettre en pratique » (DeCaro et Rittle-Johnson, 2012; Loehr, Fife et Rittle-Johnson, 2014).

Au cours d'une consolidation efficace de cette expérience, l'enseignante ou l'enseignant facilite une discussion mathématique ciblée. Contrairement à l'approche « montre et raconte », des stratégies et des réflexions spécifiques sont mises de l'avant afin d'appuyer le résultat d'apprentissage et l'élaboration des critères d'évaluation. Lorsque les enseignantes ou enseignants anticipent ce qui pourrait se produire en classe, elles et ils sont mieux préparés à sélectionner des échantillons d'élèves, à annoter, à classer et à établir des liens entre les travaux des élèves pour mettre en évidence les concepts mathématiques clés et à faire progresser l'apprentissage des mathématiques.

DANS LA SALLE DE CLASSE

Une expérience de résolution de problèmes peut prendre plusieurs formes et est connue sous différents noms, tels que « leçon en trois temps », « leçon de mathématiques en trois actes » ou « classe collabo-réflexive ». Essentiellement, c'est une occasion pour les élèves d'activer leurs connaissances antérieures, de travailler en collaboration sur un problème, puis de discuter et de partager leurs stratégies. Ce modèle d'« activation, exploration et consolidation » favorise la collaboration et la communication et donne aux élèves l'occasion de mieux comprendre les concepts mathématiques. La recherche confirme que lorsque les élèves ont l'occasion de développer une certaine compréhension conceptuelle et procédurale *avant* l'enseignement explicite, leur apprentissage s'améliore.

Lorsque les élèves *commencent* à se familiariser avec un concept, les expériences de résolution de problèmes devraient :

- activer les connaissances antérieures et être pertinentes par rapport au vécu des élèves;
- offrir de multiples points d'entrée et impliquer de multiples solutions ou stratégies.

Au fur et à mesure que les élèves *progressent* dans leur apprentissage, les expériences de résolution de problèmes devraient :

- soutenir les procédures générées par les élèves et les inviter à choisir une stratégie efficace;
- donner l'occasion aux élèves de représenter la pensée à l'aide de modèles concrets ou visuels.

Lorsque les élèves sont plongés *au cœur* du processus d'apprentissage, les expériences de résolution de problèmes devraient :

- offrir de multiples points d'entrée, comporter plusieurs étapes et exiger une justification du raisonnement;
- inviter les élèves à comparer les tâches et à déterminer ce qui est semblable et différent entre elles;
- comprendre des liens avec d'autres domaines d'études et matières (p. ex., intégration et mise en application interdisciplinaire des STIM [sciences, technologie, ingénierie, mathématiques]) pour appuyer le transfert de l'apprentissage.

Enseignement pour la résolution de problèmes

Enseigner aux élèves *le processus* de résolution de problèmes rend explicite la pensée qu'exige la résolution de problèmes. Cela aide les élèves à s'engager dans un « dialogue interne », qu'elles et ils peuvent utiliser face à un nouveau problème. Cela aide aussi les élèves à comprendre la structure globale d'un problème et souligne le fait que la résolution de problèmes exige de la persévérance et qu'il est important d'adopter une mentalité de croissance.

L'enseignement pour la résolution de problèmes est souvent considéré comme une simple application du modèle en quatre étapes : comprendre le problème, faire un plan, exécuter le plan et y réfléchir. Mais l'enseignement pour la résolution de problèmes est plus complexe que cela. Par exemple, pour « comprendre le problème », il faut déterminer et analyser les renseignements fournis, déterminer les renseignements nécessaires provenant d'une autre source (p. ex., données ou connaissances de base) et déterminer quels renseignements le problème nous demande de trouver. Il nous demande de considérer : « Qu'est-ce que je sais? Que puis-je apporter à ce problème? Que dois-je savoir? ».

Comprendre le problème, c'est bien plus que de souligner des mots-clés. En fait, l'utilisation d'une « stratégie de mots-clés » peut même obscurcir la compréhension des enjeux réels du problème. Au lieu de cela, l'enseignement pour la résolution de problèmes implique d'enseigner aux élèves comment représenter les actions et les quantités comprises dans le problème et de faire la part de ce qui est connu et de ce qui est inconnu. De plus, la résolution de problèmes demande la recherche de *structures* communes qui sous-tendent le problème. Pour les élèves qui rencontrent des difficultés, chaque problème semble complètement différent. Le personnel enseignant doit soutenir les élèves lorsqu'ils généralisent au-delà du « problème du jour » pour voir les liens *entre* les problèmes et reconnaître les *types* de problèmes (Carpenter et coll., 2015).

Enseigner aux élèves à résoudre des problèmes, c'est leur parler de l'acharnement productif, de la place des erreurs dans leur apprentissage et du raisonnement adaptatif. En valorisant l'« acharnement » et la ténacité, le personnel enseignant peut aider les élèves à comprendre que les difficultés, les fausses pistes et les erreurs font naturellement partie de l'apprentissage. Lorsque les enseignantes et enseignants valorisent la persévérance, elles et ils aident les élèves à développer une mentalité de croissance. Un enseignement pour la résolution de problèmes qui est efficace invite les apprenantes et les apprenants à réfléchir sur leur propre raisonnement, afin de rendre les processus mentaux explicites et accessibles.

DANS LA SALLE DE CLASSE

Pour toutes les années d'études et toutes les capacités d'apprentissage, l'enseignement *pour la* résolution de problèmes implique de parler de ce qui se passe dans notre tête. Les enseignantes et enseignants peuvent donner l'exemple en utilisant des mots-clés, en invitant les élèves à partager leur réflexion, en posant des questions qui encouragent les élèves à réfléchir sur leur propre pensée et en rendant le processus explicite. Des référentiels, des travaux annotés des élèves et des plateformes numériques peuvent être utilisés pour enregistrer le processus et aider les élèves à résoudre de nouveaux problèmes.

Lorsque les élèves *commencent* à se familiariser avec un concept, l'enseignement pour la résolution de problèmes devrait :

- aider les élèves à comprendre le problème en reconnaissant d'abord quels renseignements sont fournis et ce qu'on leur demande de faire;
- explorer la structure sous-jacente des problèmes;
- discuter des erreurs en tant que partie importante de l'apprentissage.

Au fur et à mesure que les élèves *progressent* dans leur apprentissage, l'enseignement de la résolution de problèmes devrait :

- mettre l'accent sur l'utilisation de représentations efficaces pour modéliser la situation de résolution de problèmes;
- mettre en évidence des stratégies pour expliquer le raisonnement et justifier les solutions;
- mettre en évidence les structures sous-jacentes ou les types de problèmes;
- discuter de la persévérance en tant qu'élément nécessaire à la résolution de problèmes et à l'apprentissage.

Lorsque les élèves sont plongés *au cœur* du processus d'apprentissage, l'enseignement de la résolution de problèmes devrait :

- comparer les problèmes pour aider les élèves à reconnaître la *structure de* chaque problème et à généraliser et à voir au-delà du « problème du jour »;
- inviter les élèves à réfléchir sur leur apprentissage, sur les stratégies qu'ils ont utilisées et sur le « dialogue interne » qui les a aidés à résoudre des problèmes.

Outils et représentations

L’utilisation d’outils et de représentations peut favoriser une compréhension conceptuelle des mathématiques dans toutes les années d’études. Choisis avec soin, les outils et les représentations peuvent fournir aux élèves un moyen de réfléchir à des problèmes et de communiquer ensuite leur pensée. Les outils et les représentations présentent visuellement des idées mathématiques abstraites. Lorsqu’ils sont jumelés à une discussion, ils peuvent aider à démontrer les concepts et le raisonnement. Les représentations visuelles donnent l’occasion de parler des mathématiques, d’examiner les relations mathématiques et de rendre visible le processus de résolution de problèmes. Il ne faut toutefois pas présumer que les outils et les représentations permettent aux élèves de tirer automatiquement les bonnes conclusions. Les liens entre les représentations et les idées mathématiques pertinentes doivent être établis explicitement, puisque les idées mathématiques ne se trouvent pas dans les représentations elles-mêmes, mais plutôt dans les *réflexions* des élèves sur les mathématiques. Utilisés efficacement, les outils et les représentations permettent non seulement de rendre les concepts mathématiques accessibles à un large éventail d’apprenantes et d’apprenants, mais aussi de donner à l’enseignante et à l’enseignant un aperçu du raisonnement des élèves. Parce que les outils et les représentations s’appuient sur le raisonnement spatial et vont « au-delà du langage », ils peuvent être utiles pour enseigner à des élèves qui sont en train d’apprendre la langue ou qui ont des besoins particuliers (Moschkovich, 2012). Ils peuvent aider les enseignantes et enseignants et les élèves à travailler ensemble pour élaborer des procédures à partir d’une compréhension conceptuelle.

Lorsque l’enseignement vise à aider les élèves à comprendre un concept mathématique particulier, l’enseignante ou l’enseignant et les élèves peuvent utiliser différentes représentations pour appuyer l’apprentissage. Les élèves qui peuvent représenter des idées mathématiques de diverses façons démontrent une compréhension plus approfondie de ces concepts, car chaque représentation offre une perspective différente. Ensemble, les perspectives multiples permettent une compréhension plus riche et plus complète (Tripathi, 2008).

DANS LA SALLE DE CLASSE

L'utilisation d'outils et de représentations en classe peut impliquer que l'enseignante ou l'enseignant offre un contexte réel pour un problème mathématique. Il peut s'agir pour les élèves de dessiner des images ou de modéliser concrètement leur pensée lorsqu'elles et ils travaillent avec une ou un partenaire. L'enseignante ou l'enseignant peut utiliser des nombres, des diagrammes et des graphiques ou des symboles pour représenter le raisonnement de l'élève. L'utilisation efficace d'outils et de représentations signifie que les différentes représentations sont valorisées, que des liens sont établis entre celles-ci et que les idées abstraites sont rendues accessibles, en étant présentées visuellement.

Lorsque les élèves *commencent* à se familiariser avec un concept, les outils et les représentations devraient :

- établir un lien avec les connaissances antérieures et le vécu des élèves;
- modéliser des situations de manière concrète ou visuelle;
- modéliser le raisonnement de l'élève.

Au fur et à mesure que les élèves *progressent* dans leur apprentissage, les outils et les représentations devraient :

- être utilisés pour modéliser des situations de nouvelles façons;
- être liés à d'autres outils et représentations;
- inclure ceux qui seront appropriés pour des problèmes futurs (p. ex., ceux qui fonctionnent avec des nombres plus grands ou qui peuvent être transférés à d'autres situations).

Lorsque les élèves sont plongés *au cœur* du processus d'apprentissage, les outils et les représentations devraient :

- modéliser des situations de façon concrète, visuelle ou abstraite, selon ce qui est approprié du point de vue du développement de l'élève;
- être comparés avec d'autres représentations.

Conversations mathématiques

Les classes de mathématiques efficaces offrent aux élèves de multiples occasions de s'engager dans des discussions significatives sur cette matière. Les conversations mathématiques peuvent favoriser la compréhension à mesure que les élèves écoutent leurs camarades de classe exprimer leurs idées mathématiques et y réagissent. Les élèves peuvent partager leurs idées avec une ou un partenaire ou au sein d'un petit groupe, dans le cadre de discussions en groupe-classe ou au cours de questions et d'interactions liées à des routines mathématiques spécifiques.

Les conversations mathématiques peuvent apparaître comme de courtes routines quotidiennes pour appuyer les stratégies de calcul mental et de visualisation. Elles peuvent inclure une seule question de calcul ou une séquence de calculs. Les enseignantes et enseignants peuvent demander aux élèves de placer un nombre sur une droite numérique, de décrire comment elles et ils ont vu une configuration de points ou de comparer des expressions, des formes ou des diagrammes et des graphiques. Les discussions qui découlent de ces routines donnent aux élèves l'occasion de défendre leurs idées, de raisonner et de prouver leur raisonnement. Une fois les normes et les routines en place, les élèves peuvent partager leur raisonnement, et leurs pairs peuvent y ajouter des éléments ou montrer leur désaccord de façon respectueuse.

Les conversations mathématiques peuvent aussi être le résultat de bonnes questions posées par le personnel enseignant qui font progresser la réflexion des élèves, provoquent des discussions ou explorent des concepts, des habiletés ou des représentations spécifiques. Poser des questions pour mettre en évidence les concepts clés engage les élèves, mais cela exige une planification minutieuse. Les enseignantes et enseignants développent de bonnes questions en comprenant les concepts mathématiques clés et en « faisant les maths » à l'avance. Elles et ils posent des questions ouvertes, auxquelles il n'est pas possible de répondre par un simple « oui » ou « non ». Les questions ouvertes permettent des réponses multiples, invitent les élèves à discuter davantage et à déplacer la conversation mathématique des interactions entre le personnel enseignant et les élèves vers des dialogues mathématiques entre les élèves. Participer à une telle discussion peut constituer une nouvelle habileté pour certains élèves et peut prendre du temps et nécessiter de la pratique.

DANS LA SALLE DE CLASSE

Les conversations mathématiques peuvent avoir lieu à n'importe quel moment au cours d'une leçon, qu'il s'agisse de questions pour activer la réflexion mathématique en début de leçon ou de questions ouvertes ou d'une tâche parallèle pour consolider leur apprentissage à la fin de la leçon. Les conversations mathématiques pourraient se concentrer sur les routines en lien avec la numération et le sens du nombre, comme les discussions sur les nombres ou l'analyse de séries d'opérations apparentées. Lors de l'analyse des diagrammes, des images et des régularités, des questions comme : « Que remarquez-vous? », « Qu'est-ce qui vous étonne? » ou « Quel élément n'appartient-il pas à cet ensemble? », peuvent aider à mieux comprendre les concepts mathématiques et à susciter des discussions plus approfondies en classe. Les élèves peuvent être encouragés à parler avec une ou un partenaire pendant une tâche de résolution de problèmes ou à parler à la classe pendant la consolidation de l'apprentissage. Tous ces différents types de conversations mathématiques peuvent aider les élèves à consolider leur compréhension des mathématiques.

Lorsque les élèves *commencent* à se familiariser avec un concept, des conversations mathématiques efficaces devraient :

- activer les connaissances antérieures et relier la tâche en cours à l'apprentissage préalable (« En quoi cela ressemble-t-il à quelque chose que vous avez déjà fait? »);
- recueillir des renseignements sur le niveau actuel de compréhension et les façons d'apprendre des élèves (« Comment pouvez-vous montrer votre façon de penser? », « Quels termes mathématiques peuvent décrire cela? »).

Au fur et à mesure que les élèves *progressent* dans leur apprentissage, des conversations mathématiques efficaces devraient :

- rendre les mathématiques explicites (« Comment avez-vous représenté votre raisonnement? »);
- approfondir la réflexion et demander des explications (« Comment pourriez-vous expliquer votre façon de penser à quelqu'un qui vient d'apprendre cela? », « Comment le savez-vous? Pourquoi avez-vous représenté le problème de cette façon? »);
- révéler la compréhension ou les idées fausses (« Comment avez-vous résolu ce problème? », « Où êtes-vous restés coincés? »).

Lorsque les élèves sont plongés *au cœur* du processus d'apprentissage, des conversations mathématiques efficaces devraient :

- soutenir les liens et le transfert vers d'autres domaines d'études ou contextes (« Où pouvez-vous voir ces mathématiques à la maison? », « Et dans d'autres endroits? », « Quels autres savoirs mathématiques s'y rattachent? »);
- exiger des justifications ou des explications (« Cela serait-il toujours vrai? Comment le savez-vous? »);
- promouvoir la métacognition (« Quelle a été la chose la plus difficile dans cette tâche? », « Que feriez-vous différemment si vous résolviez à nouveau une tâche similaire? »).

Enseignement en petits groupes

L'enseignement en petits groupes est une pratique pédagogique puissante pour faire progresser l'apprentissage des élèves. Il permet un enseignement ciblé et guidé des mathématiques qui répond aux besoins d'apprentissage spécifiques d'élèves à des moments précis. En travaillant avec des groupes restreints et flexibles, qu'ils soient homogènes ou hétérogènes, l'enseignante et l'enseignant est en mesure de personnaliser les conversations et d'aborder les concepts clés qui doivent être précisés afin d'éviter les lacunes, de combler les lacunes existantes ou d'élargir la réflexion.

L'enseignement en petits groupes peut comprendre des modèles et des représentations, une pratique guidée et une rétroaction. Les enseignantes et enseignants choisissent des tâches pour attirer l'attention des élèves sur des concepts mathématiques précis, puis posent des questions pour les mettre en évidence. L'enseignement en petits groupes peut se concentrer sur un concept mathématique ou un processus, comme la résolution de problèmes, le raisonnement, la démonstration de la preuve et la justification ou la représentation du raisonnement. Pour bien gérer un petit groupe et les autres élèves de la classe, le personnel enseignant doit s'assurer que les leçons en petits groupes sont brèves. Cela peut nécessiter que les résultats d'apprentissage soient morcelés ou abordés au cours de plusieurs mini-leçons.

DANS LA SALLE DE CLASSE

Bien que l'enseignement en petits groupes soit largement reconnu comme une pratique très efficace, le personnel enseignant pose souvent la question suivante : « Que fait le reste de la classe pendant que je me concentre sur un petit groupe d'élèves? ». L'enseignement en petits groupes est si efficace à faire avancer la réflexion des élèves qu'il vaut la peine pour le personnel enseignant de prendre intentionnellement du temps pour l'inclure dans leurs planifications quotidiennes. Cela signifie que le reste de la classe aura besoin d'expériences d'apprentissage clairement définies, différenciées, adaptables et ouvertes, afin que les élèves puissent travailler seuls. Les expériences d'apprentissage peuvent sembler différentes selon les années d'études ou les étapes de l'apprentissage – par exemple, le reste de la classe peut travailler à des stations mathématiques qui offrent une pratique délibérée, jouer à un jeu de mathématiques qui utilise une habileté particulière, résoudre un problème en collaboration avec une ou un partenaire ou travailler de façon autonome. Quelles que soient les tâches particulières sur lesquelles le reste de la classe travaille, il est nécessaire d'établir des normes et des routines pour s'assurer que l'enseignement en petits groupes n'est pas interrompu.

Lorsque les élèves *commencent* à se familiariser avec un concept, l'enseignement en petits groupes devrait :

- revoir les concepts mathématiques qui appuient le nouvel apprentissage;
- activer les connaissances antérieures des élèves en établissant des liens avec leur vécu.

Au fur et à mesure que les élèves *progressent* dans leur apprentissage, l'enseignement en petits groupes devrait :

- renforcer la compréhension au moyen de représentations;
- comparer les problèmes et examiner les structures des problèmes.

Lorsque les élèves sont plongés *au cœur* du processus d'apprentissage, l'enseignement en petits groupes devrait :

- élargir la réflexion des élèves et encourager le transfert des habiletés à d'autres concepts et domaines d'études mathématiques;
- soutenir la métacognition en invitant les élèves à réfléchir à leur apprentissage.

Pratique délibérée

La pratique est une composante nécessaire d'un programme de mathématiques efficace. La pratique est meilleure lorsqu'elle est délibérée, ciblée et bien échelonnée, et elle peut prendre plusieurs formes – jeux mathématiques, stations mathématiques et tâches papier-crayon, qui peuvent être effectués seuls ou avec une ou un partenaire. Quelle que soit la forme de pratique, une rétroaction continue est essentielle pour que les élèves sachent qu'elles et ils s'exercent correctement et qu'elles et ils ont suffisamment pratiqué. Ainsi, on s'assure que la pratique est aussi efficace que possible.

Bien que le développement des habiletés fasse partie de la pratique efficace, ce n'est pas la seule chose sur laquelle les élèves doivent travailler. Les élèves doivent s'exercer à représenter leur raisonnement, à résoudre des problèmes et à communiquer leur raisonnement. Une telle pratique renforce le lien entre les habiletés, les concepts et les stratégies. Les élèves doivent aussi pratiquer la métacognition ou la réflexion sur leur apprentissage. Avec la métacognition, l'apprentissage devient autogéré. Lorsqu'une ou un élève pense : « Je crois que je comprends maintenant, mais j'ai besoin d'un peu plus de pratique pour me sentir à l'aise de le faire seul », l'élève prend en charge son apprentissage.

Il est important que la pratique *suive* la compréhension. Sans compréhension, les élèves peuvent, à leur insu, utiliser des idées erronées. De plus, si l'accent est mis sur la pratique des procédures au *début de* l'apprentissage, les élèves se concentreront sur des procédures efficaces au *détriment* de la compréhension (Hattie, Fisher, Frey et coll., 2017). La pratique des procédures devrait avoir lieu une fois que les élèves ont une bonne compréhension des concepts.

DANS LA SALLE DE CLASSE

La pratique délibérée peut prendre plusieurs formes. Un jeu de mathématiques peut donner aux élèves l'occasion de mettre en pratique une certaine habileté. Une station mathématique avec des figures planes, du papier et du ruban adhésif peut être une occasion pour les élèves de pratiquer la construction de solides. Des occasions pour les élèves de parler avec une ou un partenaire de façon régulière leur permettent de s'exercer à représenter et à communiquer leur raisonnement. Passer en revue des problèmes des unités précédentes peut être l'occasion d'une pratique bien échelonnée des concepts et des habiletés. Lorsqu'elle est délibérée, ciblée, bien échelonnée et jumelée à une rétroaction, la pratique a un impact positif sur l'apprentissage.

Lorsque les élèves *commencent* à se familiariser avec un concept, la pratique délibérée devrait :

- revoir les connaissances antérieures ou les concepts à l'appui;
- confirmer les progrès de l'élève et soutenir positivement la croissance et l'amélioration dans les domaines où il y a des défis à relever.

Au fur et à mesure que les élèves *progressent* dans leur apprentissage, la pratique délibérée devrait :

- renforcer les habiletés, les concepts et les processus mathématiques.

Lorsque les élèves sont plongés *au cœur* du processus d'apprentissage, la pratique délibérée devrait :

- établir des liens entre les habiletés, les concepts et les processus.

Ontario

Regroupements flexibles

Les regroupements flexibles peuvent favoriser la collaboration et donner aux élèves l'occasion de participer à de riches conversations mathématiques, d'apprendre les uns des autres et de faire évoluer leur réflexion mathématique. Des regroupements flexibles dans un cours de mathématiques permettent aux élèves de travailler indépendamment de l'enseignante ou de l'enseignant, tout en bénéficiant cependant de l'appui de leurs pairs. C'est la combinaison intentionnelle d'expériences de travail en grands groupes, en petits groupes, en dyades et individuelles qui peut favoriser un milieu d'apprentissage mathématique riche. Les groupes de collaboration qui sont *flexibles* fonctionnent mieux parce que les élèves doivent être regroupés différemment pour différentes raisons.

L'enseignement à l'ensemble de la classe donne l'occasion de partager des expériences. Il permet aux élèves d'entendre un large éventail de stratégies et de points de vue et offre une occasion riche et diversifiée de discuter des mathématiques.

Les expériences en petits groupes et en dyades offrent aux élèves un milieu sécuritaire pour explorer des idées mathématiques. Les petits groupes peuvent refléter des regroupements aléatoires, hétérogènes ou homogènes. Les regroupements aléatoires donnent aux élèves l'occasion de travailler avec de nouvelles personnes et les exposent à une variété de stratégies et de façons de penser. Les regroupements hétérogènes peuvent soutenir tous les élèves, y compris les élèves inscrits dans les programmes d'actualisation linguistique et les élèves ayant des besoins particuliers. De tels regroupements permettent à l'enseignante ou l'enseignant de se déplacer plus librement dans la classe pour observer, stimuler et vérifier la compréhension des élèves. Ils exposent également les élèves à une variété de stratégies et à un vocabulaire varié. Dans les groupes d'aptitudes semblables ou homogènes, les élèves ont des expériences similaires en mathématiques, ce qui permet à l'enseignante et à l'enseignant d'offrir des tâches différenciées, des interventions ciblées et des tâches d'enrichissement.

Les expériences en dyades ou en petits groupes peuvent être plus efficaces que les grands groupes pour faire participer toutes les apprenantes et tous les apprenants. Quel que soit le type de regroupements, des mesures de responsabilisation doivent être mises en place. Les élèves doivent reconnaître qu'on leur demandera éventuellement de décrire et de défendre la pensée de leur partenaire. La stratégie « pense-parle-partage », des marqueurs de couleurs différentes et des rôles assignés au sein du groupe sont des façons d'intégrer la responsabilisation dans le travail en dyades ou en petits groupes.

DANS LA SALLE DE CLASSE

Au cours d'une leçon, les élèves peuvent être regroupés de diverses façons. Des regroupements aléatoires peuvent se constituer au début de la leçon, car les élèves s'engagent dans une tâche qui active les connaissances antérieures. Ceci peut être suivi de travail en groupes homogènes lorsque les élèves travaillent sur une tâche de résolution de problèmes et que l'enseignante ou l'enseignant travaille avec un petit groupe. La leçon peut se terminer avec des dyades hétérogènes jouant à un jeu, suivi d'une pratique autonome.

Lorsque les élèves *commencent* à se familiariser avec un concept, les regroupements flexibles devraient :

- exposer les élèves à diverses stratégies et offrir un soutien par les pairs pendant que l'enseignante ou l'enseignant se déplace dans la salle de classe pour observer et évaluer les prochaines étapes.

Au fur et à mesure que les élèves *progressent* dans leur apprentissage, les regroupements flexibles devraient :

- permettre l'utilisation de tâches parallèles qui répondent aux besoins des élèves;
- exposer les élèves à des représentations, à des concepts et à des habiletés spécifiques pour faire progresser l'apprentissage.

Lorsque les élèves sont plongés *au cœur* du processus d'apprentissage, les regroupements flexibles devraient :

- encourager la réflexion et les liens entre les concepts mathématiques;
- consolider et confirmer l'apprentissage.

Références bibliographiques et ressources

Black, P. et Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), p. 5–31. doi:10.1007/s11092-008-9068-5

Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., et Empson, S. E. (2015). *Children's mathematics : Cognitively guided instruction* (2 e éd.). Portsmouth, NH: Heinemann.

Decaro, M. S. et Rittle-Johnson, B. (2012). Exploring mathematics problems prepares children to learn from instruction. *Journal of Experimental Child Psychology*, 113(4), p. 552–568. doi:10.1016/j.jecp.2012.06.009

Dweck, C. S. (2008). *Mindset: The new psychology of success. How we can learn to fulfill our potential*. New York: Ballantine Books.

Hattie, J. (2009). *Visible Learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. Abingdon: Routledge.

Hattie, J., Fisher, D., Frey, N., Gojak, L. M., Moore, S. D. et Mellman, W. (2017). *Visible learning for mathematics: What works best to optimize student learning, Grades K–12*. Thousand Oaks: Corwin Mathematics.

Kirschner, P. A., Sweller, J. et Clark, R. E. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. *Educational Psychologist*, 41(2), p. 75–86. doi:10.1207/s15326985ep4102_1

Kuhn, D. (2007). Is direct instruction an answer to the right question? *Educational Psychologist*, 42(2), p. 109–113. doi:10.1080/00461520701263376

Liljedahl, P. (2018a). Building thinking classrooms. Dans A. Kajander, J. Holm et E. Chernoff, (dir.), *Teaching and learning secondary school mathematics: Canadian perspectives in an international context*, p. 307–316. New York: Springer.

Liljedahl, P. (2018b). On the edges of flow: Student problem solving behavior. Dans S. Carreira, N. Amado et K. Jones (dir.), *Broadening the scope of research on mathematical problem solving: A focus on technology, creativity and affect*, p. 505–524. New York: Springer.

Loehr, A. M., Fyfe, E. R. et Rittle-Johnson, B. (2014). Wait for it . . . Delaying instruction improves mathematics problem solving: A classroom study. *The Journal of Problem Solving*, 7(1). doi:10.7771/1932-6246.1166

Loibl, K. et Rummel, N. (2013). The impact of guidance during problem-solving prior to instruction on students' inventions and learning outcomes. *Instructional Science*, 42(3), p. 305–326. doi:10.1007/s11251-013-9282-5

Ministère de l'Éducation de l'Ontario (2010). *Faire croître le succès : Évaluation et communication du rendement des élèves fréquentant les écoles de l'Ontario – Première édition, 1re à la 12e année*. Toronto : Auteur. Disponible à http://www.edu.gov.on.ca/fre/policyfunding/success.html.

Moschkovich, J. (2012). Mathematics, the common core, and language: Recommendations for mathematics instruction for ELs aligned with the common core. Université de Stanford. Repéré à https://ell.stanford.edu/sites/default/files/pdf/academic-papers/02-JMoschkovich%20Math%20FINAL_bound%20with%20appendix.pdf

National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. Reston, VA : Auteur.

Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R. et Loehr, A. M. (2016). Improving conceptual and procedural knowledge: The impact of instructional content within a mathematics lesson. *British Journal of Educational Psychology*, 86(4), p. 576–591. doi:10.1111/bjep.12124

Rosenzweig, C., Krawec, J. et Montague, M. (2011). Metacognitive strategy use of eighth-grade students with and without learning disabilities during mathematical problem solving. *Journal of Learning Disabilities*, 44(6), p. 508–520. doi:10.1177/0022219410378445

Schmidt, H. G., Loyens, S. M., Gog, T. V. et Paas, F. (2007). Problem-based learning is compatible with human cognitive architecture: Commentary on Kirschner, Sweller, and Clark (2006). *Educational Psychologist*, 42(2), p. 91–97. doi:10.1080/00461520701263350

Smith, M. S. et Stein, M. K. (2018). *5 practices for orchestrating productive mathematical discussion. Includes professional development guide*. Thousand Oaks : Corwin Press.

Xin, Y. P., Liu, J., Jones, S. R., Tzur, R. et Si, L. (2016). A preliminary discourse analysis of constructivist-oriented mathematics instruction for a student with learning disabilities. *The Journal of Educational Research*, 109(4), p. 436–447. doi:10.1080/00220671.2014.979910