

# **Dimenzování železobetonových průřezů podle EN 1992-1-1 a EN 1992-2**

studijní text pro odborný seminář



Brno, 3. 12. 2010

## Obsah

|        |   |    |
|--------|---|----|
| 1.     | Mezní stavy únosnosti MSÚ .....   | 5  |
| 1.1.   | Ohybový moment s normálovou silou nebo bez normálové síly .....   | 5  |
| 1.1.1. | Metody posouzení únosnosti průřezu.....   | 5  |
| 1.1.2. | Obecné předpoklady výpočtu.....   | 5  |
| 1.1.3. | Předpoklady výpočtu pro mezní stav únosnosti – MSÚ .....  | 5  |
| 1.1.4. | Sestavení interakčního diagramu .....   | 6  |
| 1.1.5. | Posouzení průřezu na namáhání osovou silou a ohybovým momentem.....   | 12 |
| 1.1.1. | Nalezení odezvy průřezu.....  | 14 |
| 1.1.2. | Posouzení průřezu pomocí odezvy průřezu .....   | 16 |
| 1.2.   | Smyk.....   | 17 |
| 1.2.1. | Postup výpočtu .....  | 17 |
| 1.2.2. | Únosnost prvků bez smykové výztuže .....  | 18 |
| 1.2.3. | Únosnost prvků se smykovou výztuží (čl. 6.2.3 [2]) .....  | 20 |
| 1.2.4. | Výpočet průřezových charakteristik pro výpočet smyku.....   | 22 |
| 1.3.   | Kroucení .....  | 26 |
| 1.3.1. | Předpoklady výpočtu.....  | 26 |
| 1.3.2. | Postup výpočtu .....  | 26 |
| 1.3.3. | Únosnost.....   | 27 |
| 1.3.4. | Výpočet průřezových veličin pro výpočet kroucení .....  | 29 |
| 1.4.   | Interakce .....   | 31 |
| 1.4.1. | Interakce smyku a kroucení.....   | 31 |
| 1.4.2. | Interakce smyku, kroucení a ohybu.....  | 31 |
| 2.     | Mezní stavy použitelnosti (MSP).....  | 34 |
| 2.1.   | Předpoklady výpočtu pro mezní stavy použitelnosti – MSP.....  | 34 |
| 2.2.   | Omezení napětí .....  | 35 |
| 2.3.   | Kontrola trhlin .....   | 36 |
| 2.3.1. | Odvození šířky trhliny $w_k$ .....  | 36 |
| 2.3.2. | Maximální vzdálenost trhlin $s_{r,max}$ .....   | 37 |
| 2.3.3. | Veličiny nutné pro výpočet $\rho_p, eff$ použité ve vzorcích.....   | 38 |
| 2.4.   | Kontrola průhybů.....   | 40 |
| 2.4.1. | Případy, kdy lze od výpočtů upustit .....   | 40 |
| 2.4.2. | Parametrická studie - výpočet poměru rozpětí k účinné výšce průřezu s uvažováním různých typů výztuže ..... | 42 |
| 2.4.3. | Posouzení průhybu výpočtem .....  | 42 |
| 2.5.   | Parametrická studie vzniku a šířky trhlin .....   | 45 |

|         |   |    |
|---------|---|----|
| 2.5.1.  | Vznik a šířka trhliny v závislosti na zatížení.....               | 45 |
| 2.5.2.  | Vznik a šířka trhliny v závislosti na ploše tažené výztuže.....   | 45 |
| 2.5.3.  | Vznik a šířka trhliny v závislosti na změně profilu výztuže ..... | 46 |
| 3.      | Analýza tlačенých železobetonových prvků .....                    | 48 |
| 3.1.    | Obecně.....   | 48 |
| 3.2.    | Účinná délka.....   | 48 |
| 3.3.    | Geometrické imperfekce.....                                       | 49 |
| 3.3.1.  | Postup výpočtu .....  | 49 |
| 3.4.    | Účinky druhého řádu .....   | 50 |
| 3.4.1.  | Zanedbání účinků druhého řádu .....                               | 50 |
| 3.4.2.  | Štíhlostní kritérium pro osamělé prvky .....                      | 50 |
| 3.4.3.  | Štíhlost osamělých prvků .....                                    | 50 |
| 3.4.4.  | Globální účinky druhého řádu u pozemních staveb .....             | 51 |
| 3.4.5.  | Dotvarování.....  | 52 |
| 3.4.6.  | Metody analýzy .....  | 52 |
| 3.4.7.  | Metoda jmenovitých tuhostí (5.8.7 [1]) .....                      | 53 |
| 3.4.8.  | Metoda jmenovitých křivostí (5.8.8 [1]) .....                     | 54 |
| 3.4.9.  | Porovnání metody jmenovitých tuhostí a jmenovitých křivostí.....  | 55 |
| 3.4.10. | Dvousé namáhání ohybem (5.8.9 [1]) .....                          | 61 |
| 4.      | Literatura .....  | 63 |

## 1. Mezní stavy únosnosti MSÚ

### 1.1. Ohybový moment s normálovou silou nebo bez normálové síly

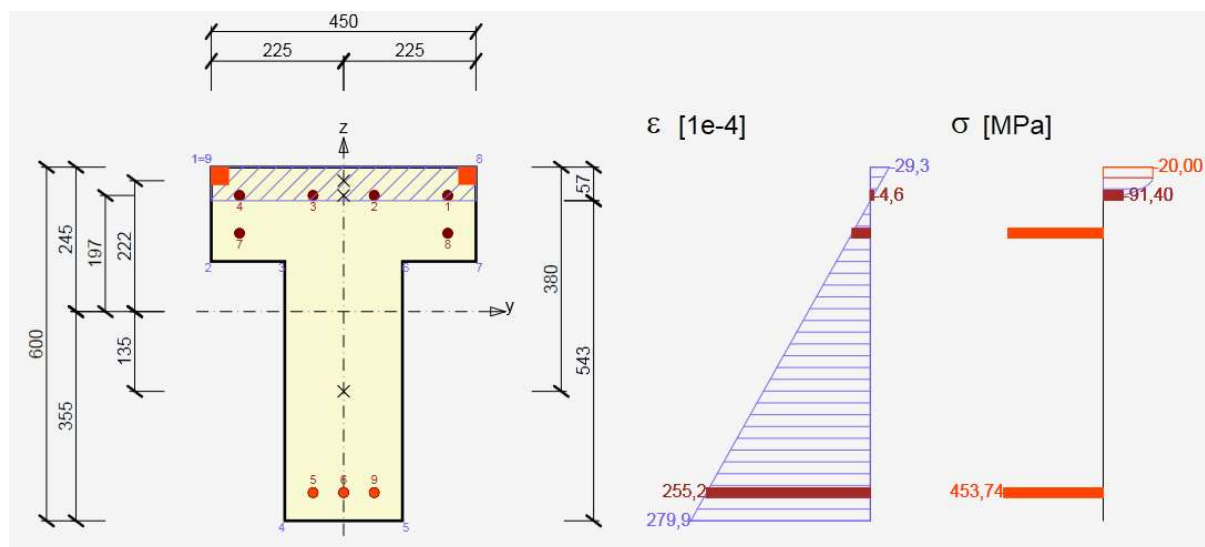
#### 1.1.1. Metody posouzení únosnosti průřezu

Pro posouzení mezního stavů únosnosti můžeme dnes využít dvě obecně známé metody. První z nich nám poskytne mezní únosnost průřezu ve formě interakční plochy či diagramu (v případě ohybového momentu působícího v jednom směru). Využití průřezu můžeme potom určit jako poměr působících vnitřních sil k silám na mezi únosnosti. Druhá z nich je nalezení rovnovážného stavu na průřezu, při kterém zjistíme skutečné chování průřezu při působení daných vnitřních sil, využití jednotlivých materiálů z hlediska napětí a náhled na slabá místa průřezu.

Obě tyto metody jsou založeny na předpokladech, které jsou nastíněny dále.

#### 1.1.2. Obecné předpoklady výpočtu

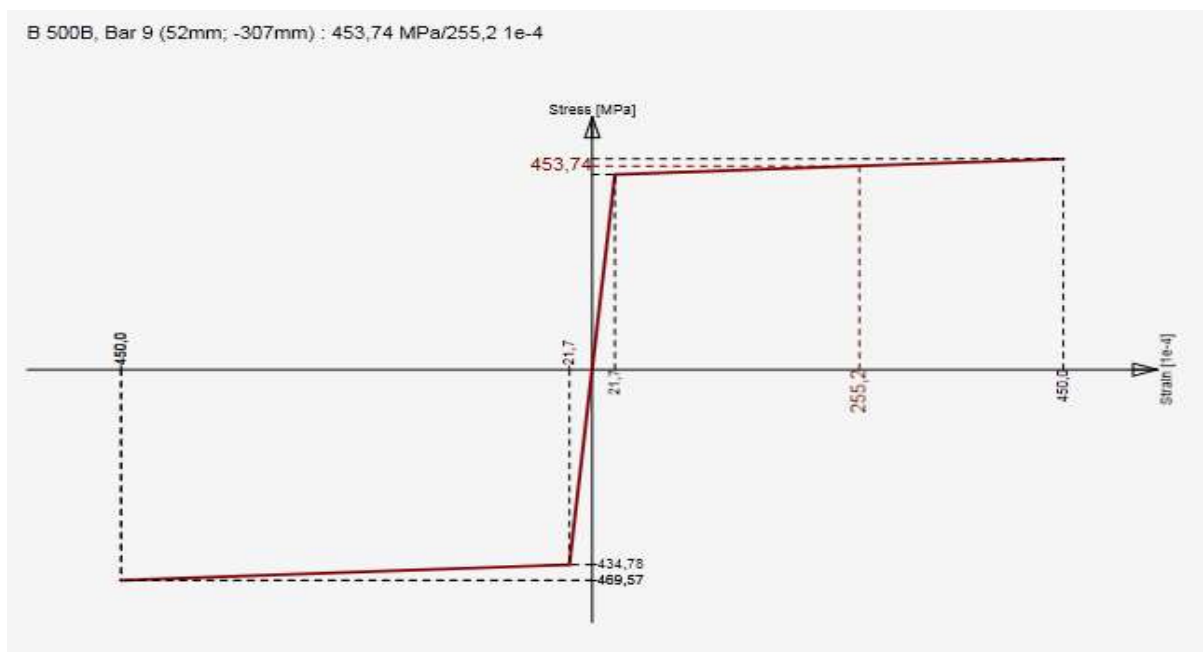
1. Velikost poměrného přetvoření  $\varepsilon$  je přímo úměrná vzdálenosti od neutrální osy (rovinné průřezy zůstávají rovinné).
2. Spolupůsobení výztuže a betonu je zajištěno dokonalou soudržností (poměrná přetvoření výztuže  $\varepsilon_s$  a poměrná přetvoření v přilehlých vláknech betonu jsou stejná).



obr. 1.1 - Průběh napětí a přetvoření po výšce průřezu

#### 1.1.3. Předpoklady výpočtu pro mezní stav únosnosti – MSÚ

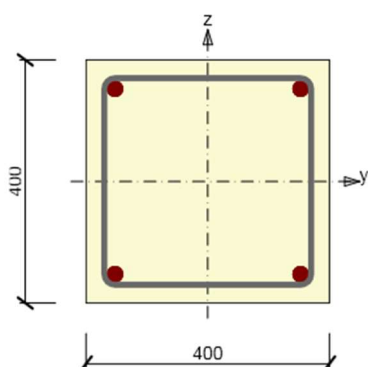
1. Beton v tažené oblasti průřezu nepůsobí (veškerá tahová napětí přenáší výztuž).
2. Tlaková napětí v betonu v tlačené oblasti průřezu jsou v závislosti na působícím poměrném přetvoření vypočtena z pracovních diagramů pro stanovení únosnosti.
3. Napětí ve výztuži jsou v závislosti na působícím poměrném přetvoření vypočtena z pracovních diagramů pro stanovení meze únosnosti.



obr. 1.2 - Pracovní diagram výztuže se zpevněním

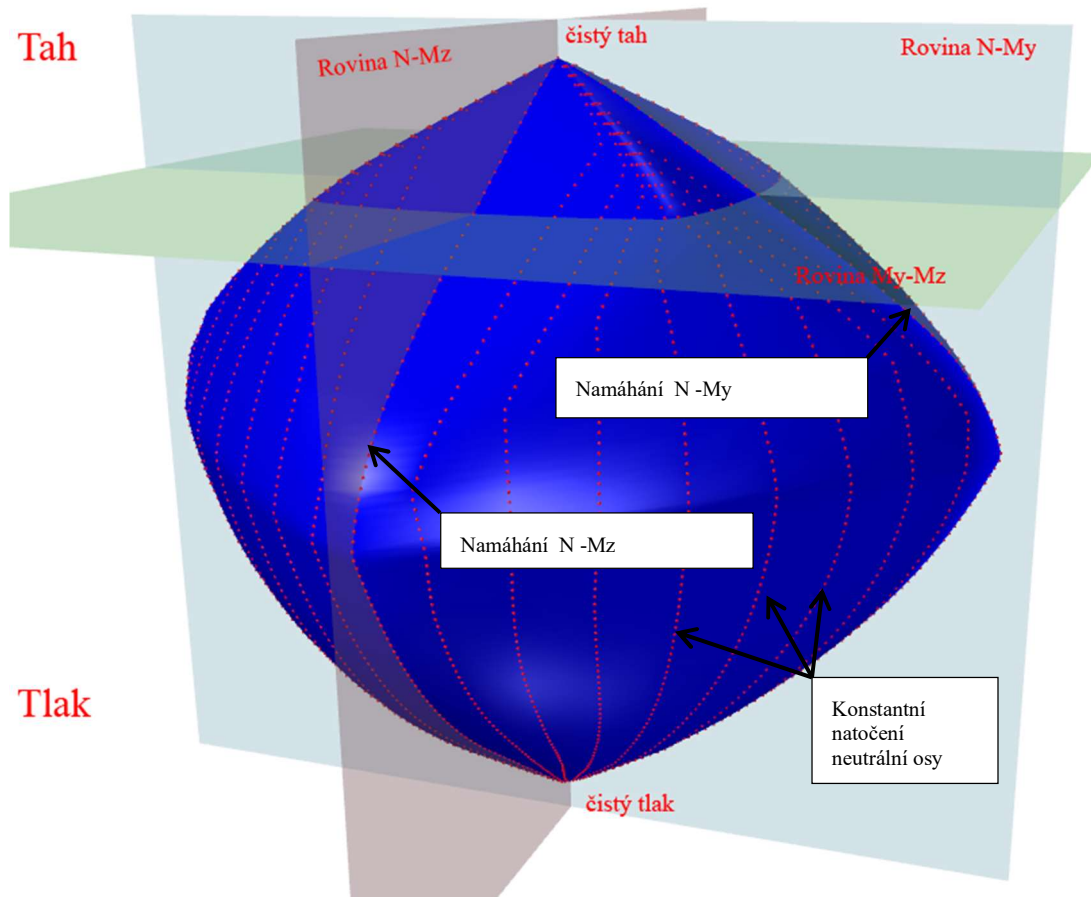
4. Poměrná přetvoření pro tlačný beton jsou omezena hodnotou  $\varepsilon_{cu2}$  (parabolo-  
rektangulární diagram) a  $\varepsilon_{cu3}$  (bilinéární pracovní diagram), viz tab. 3.1 a čl. 6.1.7  
[2].
5. Poměrná přetvoření výztuže nejsou omezena v případě vodorovné plastické větve,  
v případě stoupající plastické větve (se zpevněním) je poměrné přetvoření  
omezeno hodnotou  $\varepsilon_{ud}$ , viz čl. 3.2.7 (2) [2].
6. Za mezní stav je považována situace, kdy alespoň v jednom z materiálů je  
dosaženo mezního poměrného přetvoření (pokud  $\varepsilon_u$  není omezeno, rozhoduje vždy  
tlačný beton).

#### 1.1.4. Sestavení interakčního diagramu



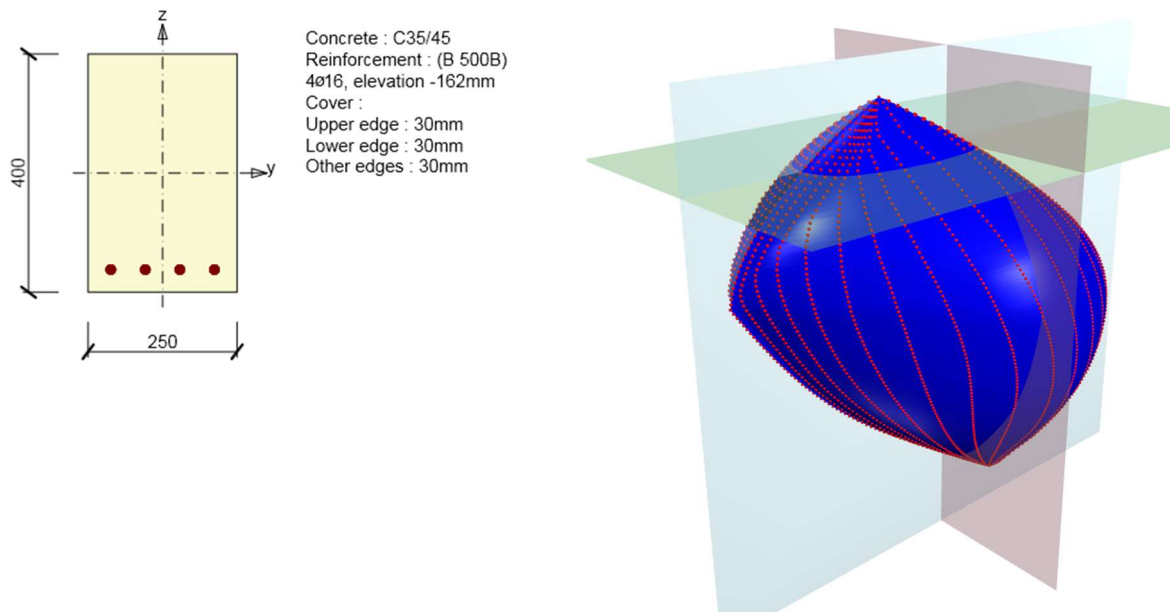
obr. 1.3 – Vytužený průřez

První možností posouzení průřezu je posouzení prostřednictvím interakční plochy (interakčního diagramu). Vysvětlení provedeme na ukázce sestavení interakční plochy pro vyztužený čtvercový průřez z příkladu na obr. 1.3. Na interakční ploše se nachází body na mezi únosnosti vyšetřovaného průřezu. Interakční plocha se sestavuje z bodů  $(N, M_y, M_z)$ , které se určují integrací napětí v průřezu, ve kterém je dosaženo v některém z materiálů mezního poměrného přetvoření. Z prostorové interakční plochy se dá vytknout interakční diagram 2D, což je uzavřená křivka, která odpovídá namáhání s konstantním natočením neutrální osy.



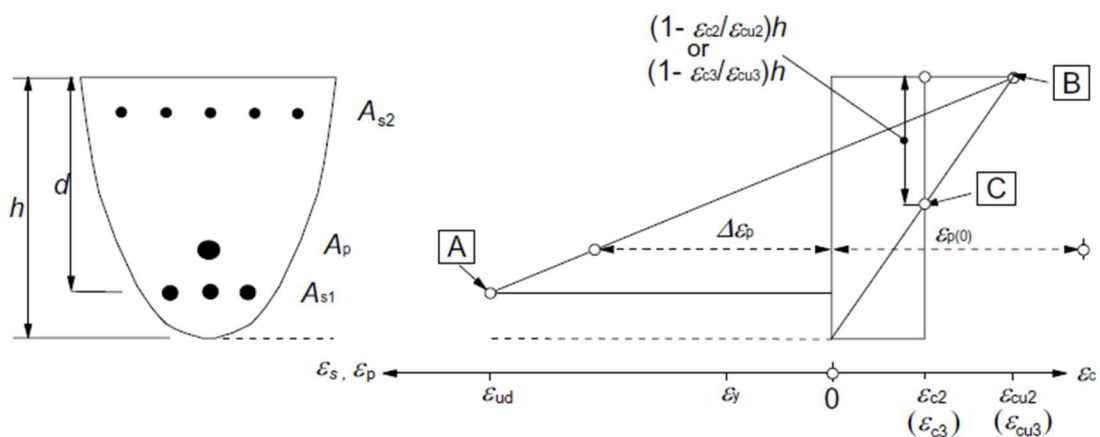
obr. 1.4 – Interakční plocha meze porušení při zatížení normálovou silou a ohybovými momenty

V případě symetrie průřezu podle osy  $y$  vychází i symetrický interakční diagram podle roviny  $N-M_y$  a obdobně v případě symetrie průřezu podle osy  $z$  obdržíme symetrický diagram podle roviny  $N-M_z$ . V případě jednostranně vyztužených průřezů dostáváme zploštělé tvary.



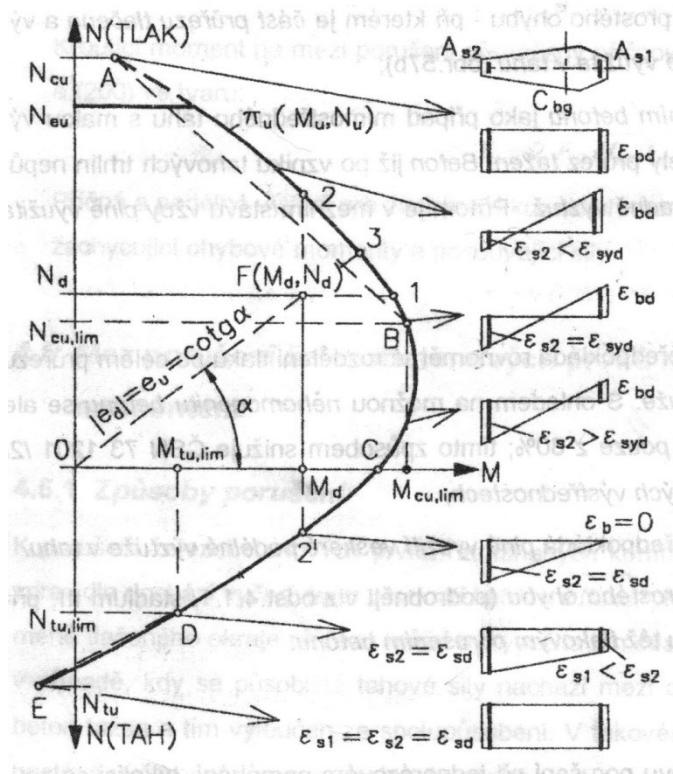
obr. 1.5 – Interakční plocha pro jednostranně vyztužený průřez

Jak již bylo uvedeno dříve, body na mezi únosnosti se určují integrací napětí. obr. 1.6 znázorňuje limitní poměrné přetvoření v průřezu.



obr. 1.6- Poměrné přetvoření v mezním stavu únosnosti (převzato z [2])



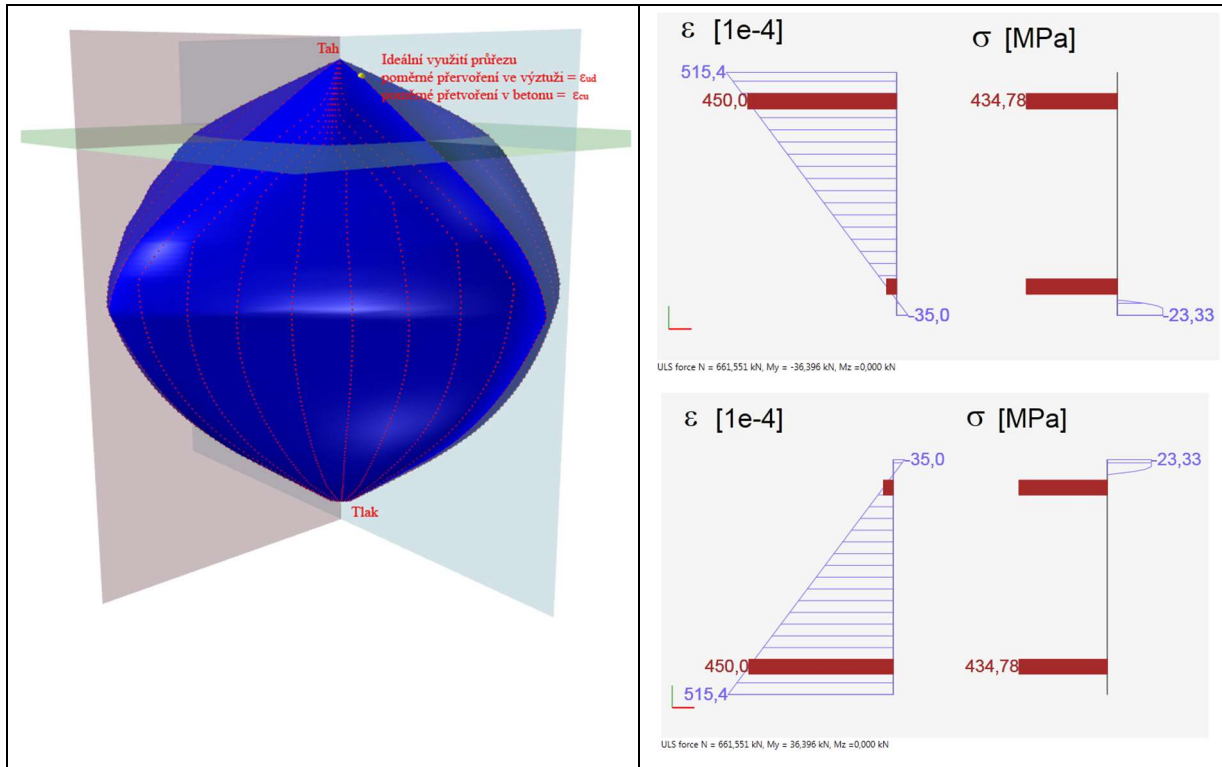


obr. 1.7 – Interakční diagram meze porušení při namáhání normálovou silou a ohybovým momentem (převzato z [1])

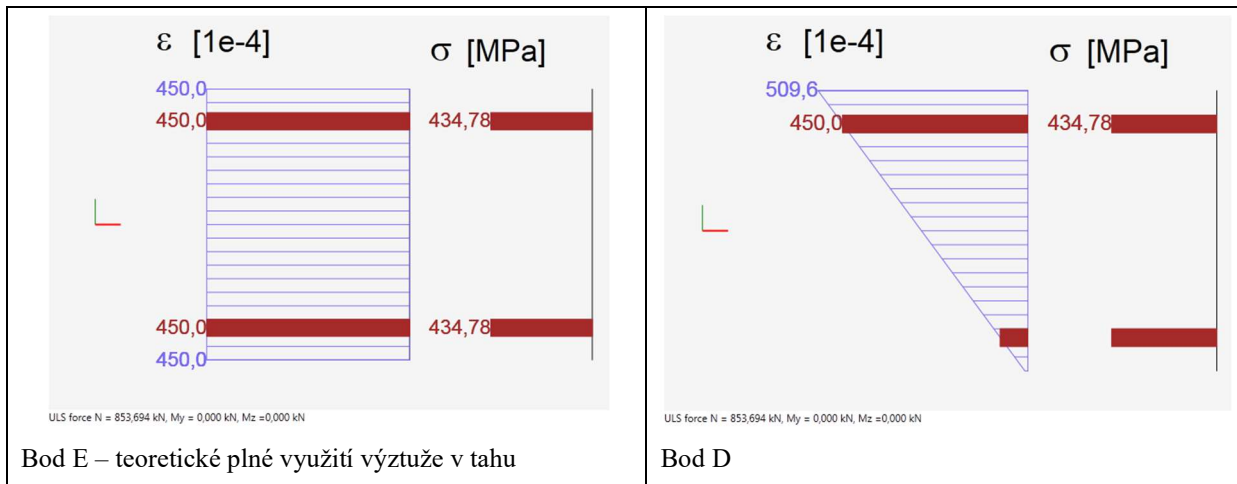
Pokud se zaměříme na problém interakčního diagramu 2D (uzavřené křivky ležící na interakční ploše), zjistíme, že rovina poměrného přetvoření prochází neutrální osou a rozhodujícím bodem,  $[y, z, \varepsilon]$ , který si označíme za bod R (rozhodující). Bod  $[y, z]$  definuje bod v průřezu a hodnota  $\varepsilon$  udává limitní poměrné přetvoření v tomto bodě. Sklon neutrální osy je pro všechny body 2D diagramu konstantní.

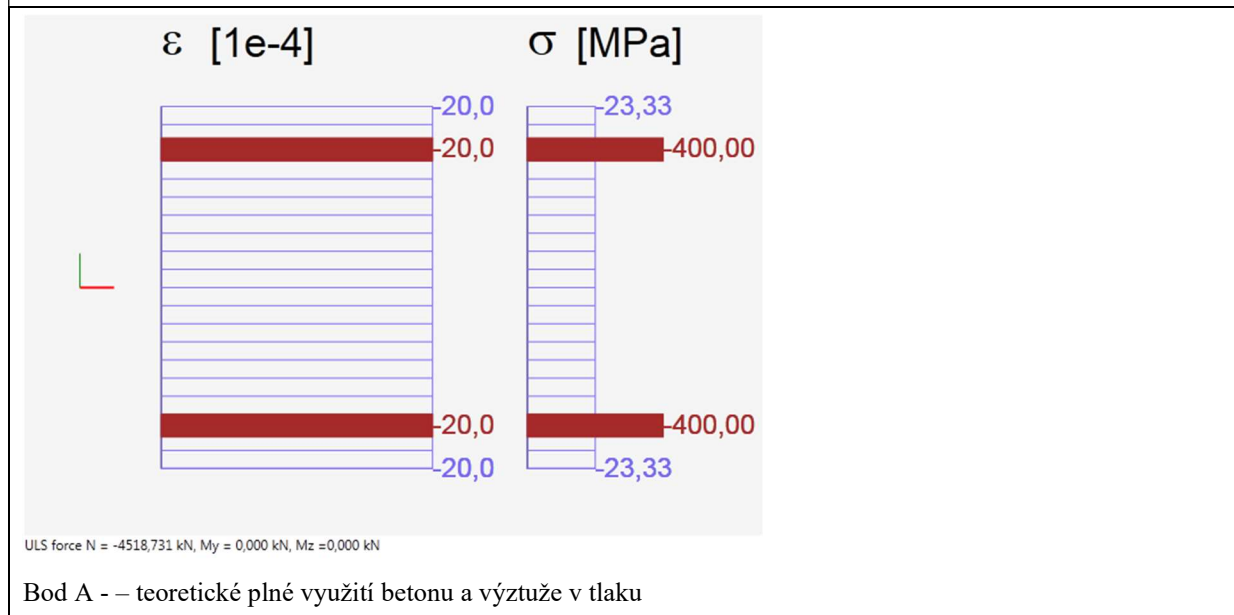
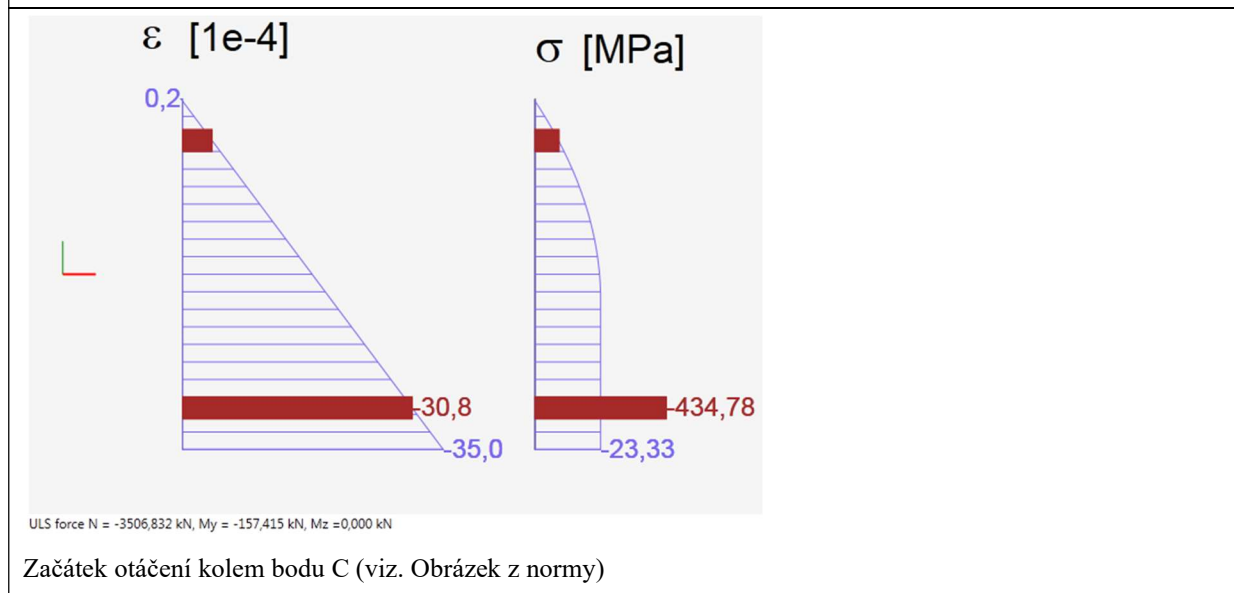
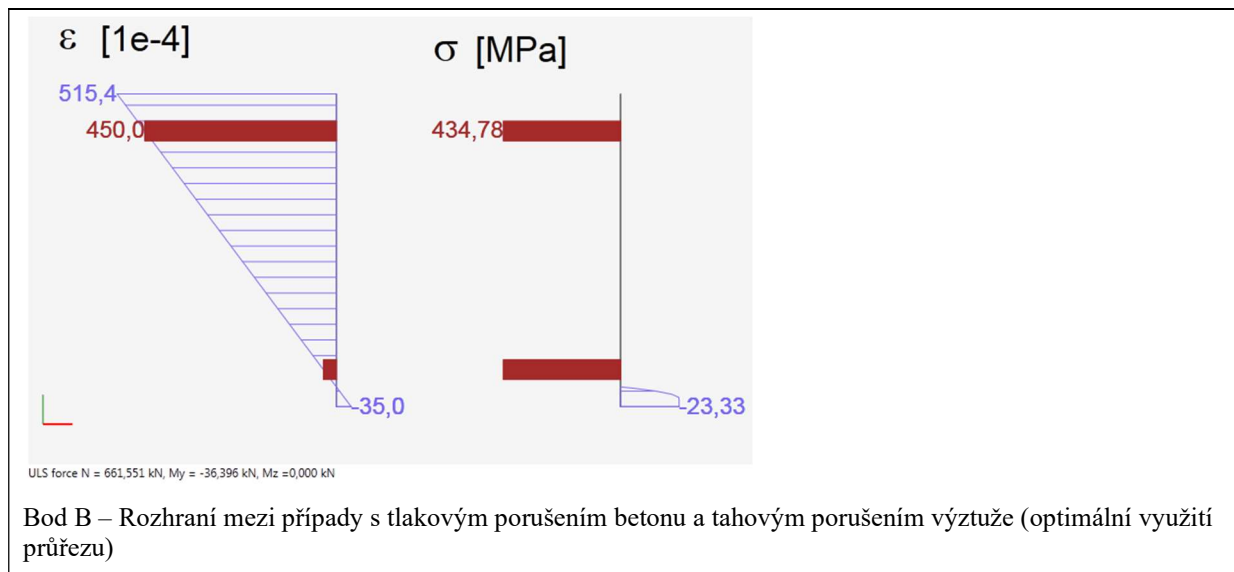
V případě, že rozhoduje beton v tlaku, bod R odpovídá nejvzdálenějšímu tlačnému betonovému vláknu nebo omezujícímu bodu C – viz obr. 1.6. To však platí pouze za předpokladu, že v průřezu je použit pouze jeden druh betonu – nejedná se například o spřažený průřez.

V případě, že rozhoduje tah ve výztuži (v jedné nebo ve více vložkách je právě dosaženo mezní poměrné přetvoření  $\varepsilon_{ud}$ ), musí být splněna podmínka, že pro danou rovinu poměrného přetvoření není v žádné jiné vložce překročena hodnota  $\varepsilon_{ud}$ .



obr. 1.8 – Optimální využití materiálu průřezu





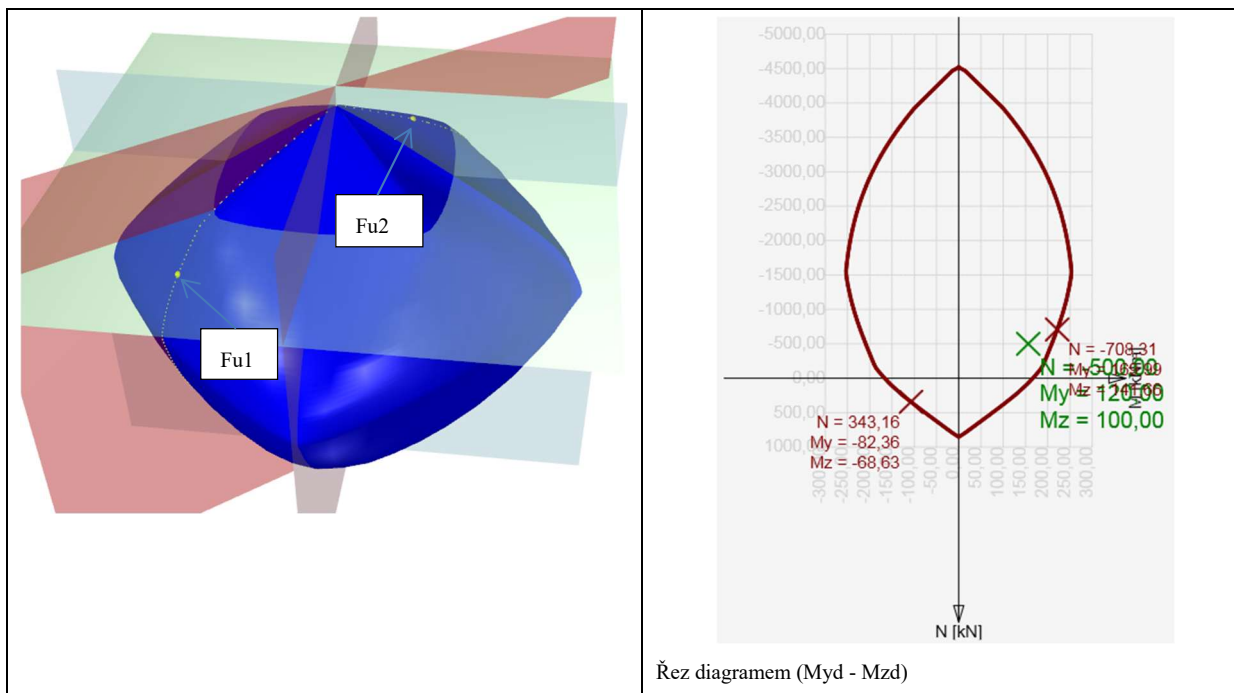
obr. 1.9 – Charakteristické polohy roviny přetvoření při výpočtu interakčního diagramu (vypočteno programem IDEA RCS)

Z výše uvedených obrázků je zřejmé, že diagram můžeme rozdělit na dvě části: část kde rozhoduje porušení tahem a část kde rozhoduje porušení tlakem. Hraniční body odpovídají případu z obr. 1.9, na kterém zároveň vidíme extrémní naklonění roviny poměrného přetvoření. Při sestavování interakčního diagramu měníme sklon roviny poměrného přetvoření průřezu v tomto intervalu a zároveň dohledáváme příslušný bod R, viz výše. Na základě takto definované roviny provádíme integraci, kterou získáme namáhání na mezi únosnosti průřezu.

### 1.1.5. Posouzení průřezu na namáhání osovou silou a ohybovým momentem

Posouzení průřezu na namáhání osovou silou a ohybovým momentem spočívá v prokázání, že posuzované namáhání (kombinace  $N_d$ ,  $M_{zd}$ ,  $M_{zd}$ ) se nachází uvnitř, popřípadě na povrchu interakční plochy. To lze provést různými metodami. Následující příklady demonstrují posouzení našeho obdélníkového průřezu na namáhání  $N_d = -500$  kN,  $M_{yd} = 120$  kNm,  $M_{zd} = 100$  kNm.

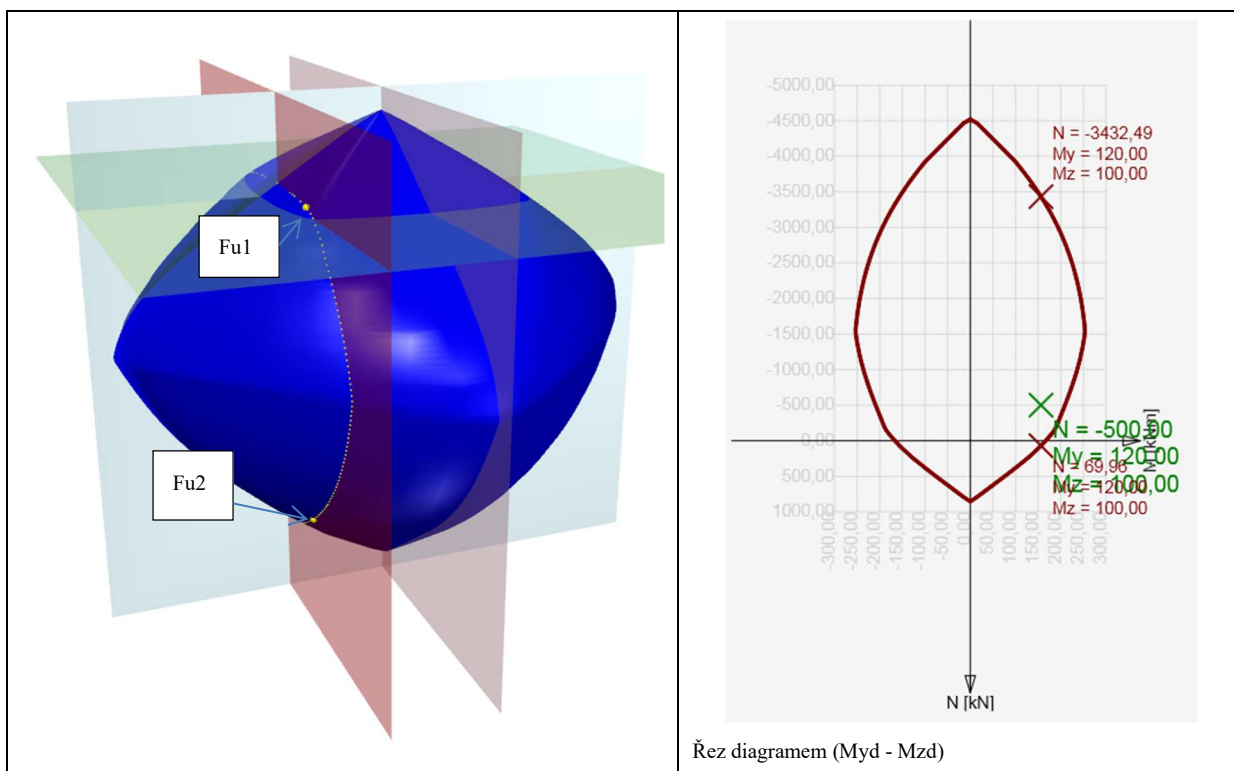
#### 1.1.5.1. Metoda NuMuMu



Únosnost průřezu je určena za předpokladu proporcionální změny všech složek působících vnitřních sil (excentricita normálové síly zůstává konstantní) až do okamžiku dosažení interakční plochy. Změnu působících vnitřních sil lze interpretovat jako pohyb podél přímky spojující počátek souřadné soustavy (0,0,0) a bod určený působícími vnitřními silami ( $N_{Ed}$ ,  $M_{Ed,y}$ ,  $M_{Ed,z}$ ). Dva průsečíky této přímky s interakční plochou, které lze nalézt, reprezentují dvě sady sil na mezi únosnosti. V každém průsečíku určí program tři síly na mezi únosnosti: návrhovou únosnost  $N_{Rd}$  a odpovídající návrhové únosnosti v ohybu  $M_{Rdy}$ ,  $M_{Rdz}$ .

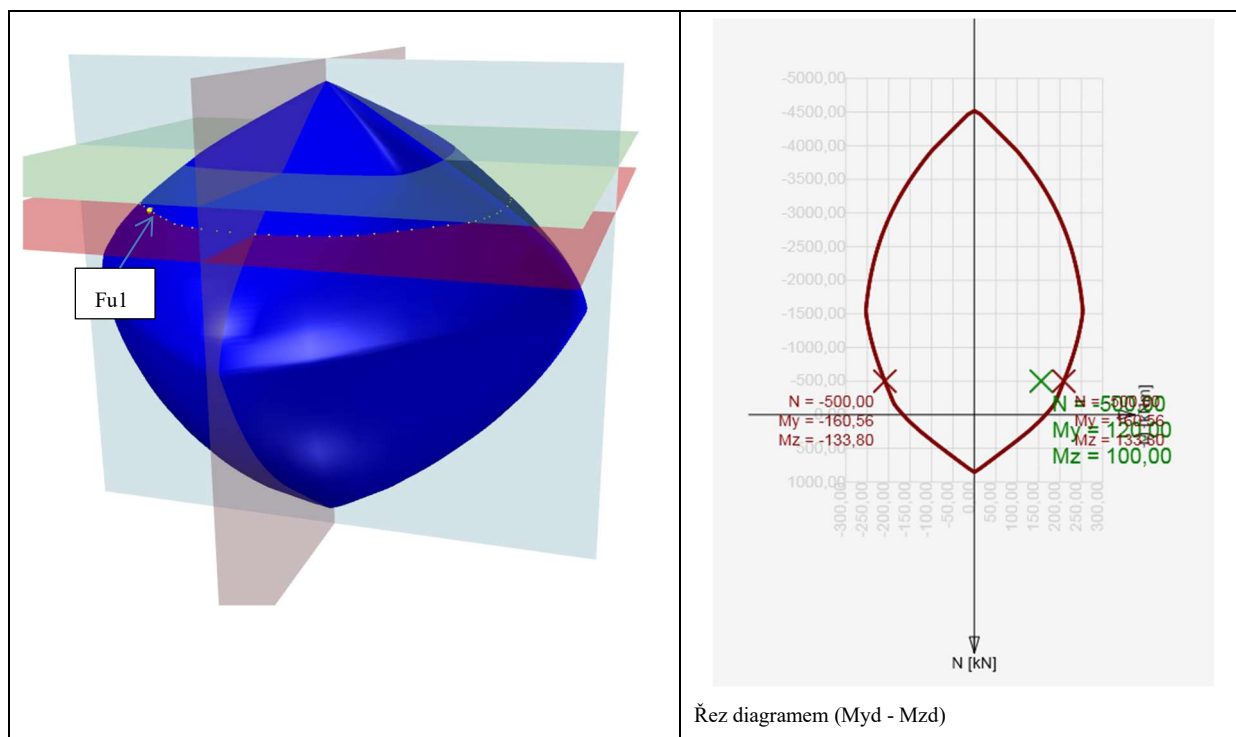
### 1.1.5.2. Metoda NuMM

Únosnost průřezu je určena za předpokladu konstantních ohybových momentů (které jsou rovny působícím návrhovým momentům) a postupné změny normálové síly až do okamžiku dosažení interakční plochy. Změnu působící normálové síly lze interpretovat jako pohyb ve svislé rovině podél přímky spojující bod  $(0, M_{Ed,y}, M_{Ed,z})$  a bod určený působícími vnitřními silami  $(N_{Ed}, M_{Ed,y}, M_{Ed,z})$ . Dva průsečíky této přímky s interakční plochou, které lze nalézt, reprezentují dvě sady sil na mezi únosnosti. V každém průsečíku určí program tři síly na mezi únosnosti: návrhovou únosnost  $N_{Rd}$  a (odpovídající) návrhové hodnoty působících ohybových momentů  $M_{Ed,y}$  a  $M_{Ed,z}$ .



### 1.1.5.3. Metoda NMuMu

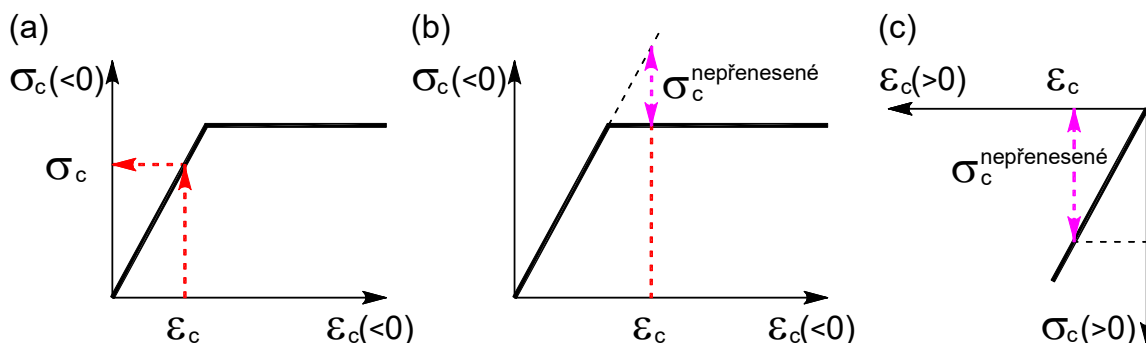
Únosnost průřezu je určena za předpokladu konstantní normálové síly (která je rovna působící návrhové síle) a proporcionální změny obou ohybových momentů až do okamžiku dosažení interakční plochy. Změnu působících ohybových momentů lze interpretovat jako pohyb v horizontální rovině podél přímky spojující bod  $(N_{Ed}, 0, 0)$  a bod určený působícími vnitřními silami  $(N_{Ed}, M_{Ed,y}, M_{Ed,z})$ . Dva průsečíky této přímky s interakční plochou, které lze nalézt, reprezentují dvě sady sil na mezi únosnosti. V každém průsečíku určí program tři síly na mezi únosnosti: návrhové únosnosti v ohybu  $M_{Rd,y}$ ,  $M_{Rd,z}$  a (odpovídající) návrhovou hodnotu působící normálové síly  $N_{Ed}$ .



### 1.1.1. Nalezení odezvy průřezu

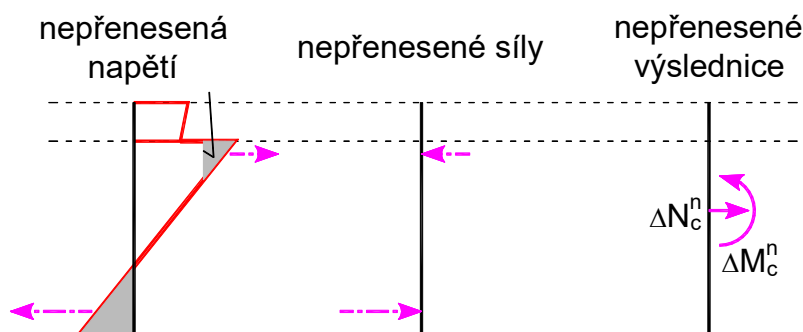
Druhou možností posouzení průřezu je prostřednictvím nalezení odezvy průřezu (tj. rozložení přetvoření a napětí od působících vnitřních sil). Tato metoda je známa rovněž pod názvem metoda mezních přetvoření. Úroveň působících napětí v každém vlákne (v případě rovinného ohybu v každé vrstvě) průřezu a v každé výztužné vložce se počítá v závislosti na poměrném přetvoření z pracovního diagramu daného materiálu.

Nalezení odezvy průřezu je prováděno numerickou metodou, která je blíže popsána v [6]. Princip spočívá v postupném přitěžování průřezu o nevyrovnané složky nepřenesených sil. Ty získáme integrací napětí po průřezu s využitím pracovních diagramů. Pokud lze pro poměrné přetvoření nalézt na pracovním diagramu hodnotu napětí, viz obr. 1.10 (a), pak vypočtená napětí odpovídají předpokladu lineárně pružného působení materiálu. V případech (b) a (c) však napětí určené z lineárního výpočtu dosahuje nereálných hodnot a jeho část (b) nebo celá hodnota (c) nemůže být materiálem přenesena.



obr. 1.10 - Nepřenesená napětí na pracovních diagramech [4]

Integrací nepřenesených napětí získáme nepřenesené vnitřní síly a jejich výslednice je třeba přičíst k vnitřním silám od proměnných zatížení, viz obr. 1.11.



obr. 1.11 - Nepřenesené vnitřní síly [4]

Tento způsob výpočtu vyžaduje použití numerických metod jednak pro integraci funkce napětí nad částí plochy průřezu a dále pro nelineární analýzu rovnic rovnováhy v průřezu.

Iterace je ukončena v okamžiku, když jsou splněna konvergenční kritéria.

$$\frac{F_e - F_i}{F_e} \leq \max\{\varepsilon, \delta\}$$

kde  $F_e$  je zatížení průřezu,

$F_i$  je odezva průřezu (vnitřní síly, spočtené na základě roviny přetvoření).

Je-li  $a$  přibližná (aproximovaná) hodnota veličiny a  $b$  její přesná (skutečná) hodnota, pak absolutní chyba je dána vztahem

$$\varepsilon = |b - a|$$

Relativní chyba je určena jako

$$\delta = \left| \frac{b - a}{b} \right|$$

Ve většině programů lze nastavit tato konvergenční kritéria. (přednastavené hodnoty jsou 1% jako relativní chyba, 100 N, 100 Nm jako absolutní chyby normálové síly a momentů) Takže máme-li vstupní hodnoty  $N = 0$  kN,  $M_y = 100$  kNm,  $M_z = 0$  kNm a integrované síly po iteraci  $N = -0,07$  kN,  $M_y = 100,5$  kNm,  $M_z = 0,02$  kNm, vyhodnocení proběhne následovně.

Vzhledem k tomu, že  $N$  a  $M_z$  jsou rovny 0, tak proběhne rovnou porovnání s absolutní chybou, což v našem případě vyhovuje

Hodnota normálové síly  $100\text{N} > |70|\text{N}$

Hodnota ohybového momentu  $M_z$   $100\text{Nm} > |20|\text{Nm}$

Hodnota ohybového momentu  $M_y$

$$\delta = \left| \frac{b - a}{b} \right| = \frac{100 - 100,5}{100} = 0,005 < 0,01$$

Vzhledem k tomu, že vyhodnocení vyhovuje na relativní chybu, porovnání na absolutní chybu již nemusí být provedeno.



### 1.1.2. Posouzení průřezu pomocí odezvy průřezu

V případě, že nalezneme rovnováhu na průřezu, je známa rovina přetvoření. Z této roviny přetvoření jsme schopni kdekoliv spočítat přetvoření průřezu, dále pak pomocí pracovních diagramů příslušných materiálů napětí popř. vnitřní síly ve výztuži, průřezu či jeho částech. Tato spočtená napětí a přetvoření porovnáme s mezním přetvořením z pracovních diagramů posuzovaných materiálů.

Výhodou této metody posouzení je, že získáme kompletní představu o hodnotách napětí a přetvoření v průřezu od daných vnitřních sil působících na průřez.

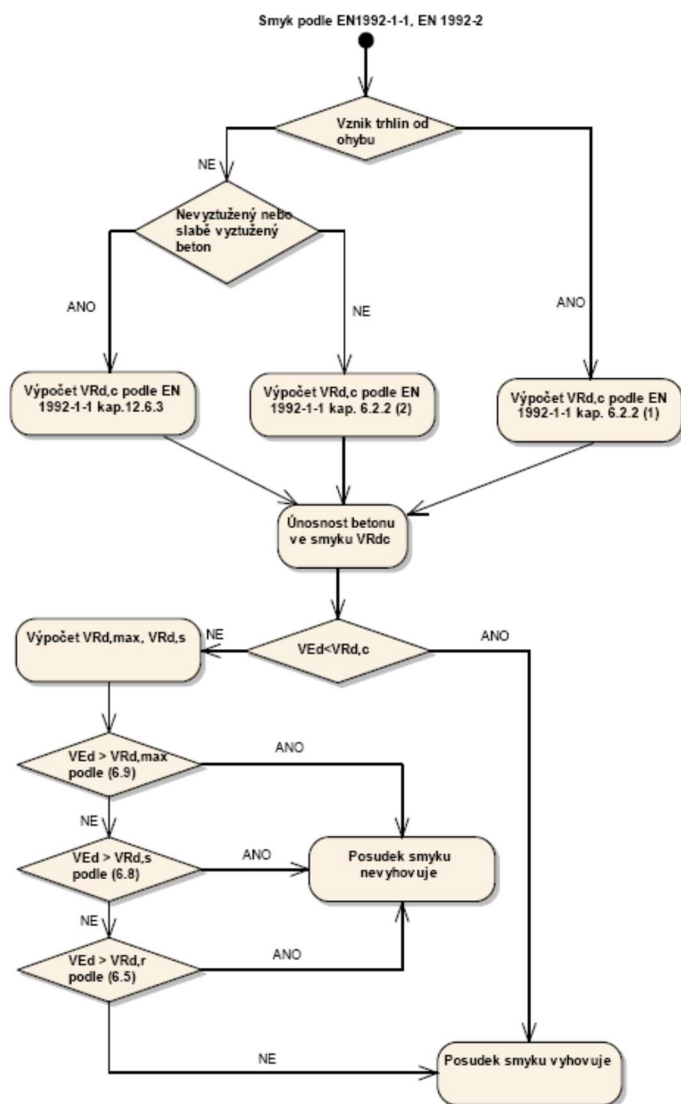


## 1.2. Smyk

Posudek smyku je s ohledem na křehké porušení jedním z důležitých posouzení železobetonového průřezu.

### 1.2.1. Postup výpočtu

Výpočet únosnosti ve smyku se skládá z několika základních částí. Jako první bychom se měli zajímat, jestli v místě posouzení vzniknou ohybové trhliny či nikoliv. Pokud vzniknou, použijeme výpočet podle EN 1992-1-1 [2], čl. 6.2.2 (1). V opačném případě zjišťujeme, zda se jedná o nevztužený nebo slabě vztužený beton, pak postupujeme podle EN 1992-1-1 čl. 12.6.3. Pro vztužený beton (ale bez smykové výztuže) neporušený trhlinami postupujeme podle EN 1992-1-1 čl. 6.2.2 (2). Prvky, v nichž je požadována smyková výztuž posuzujeme podle čl. 6.2.3 [2].



obr. 1.12 - Proces diagram posouzení smyku

## 1.2.2. Únosnost prvků bez smykové výztuže

### 1.2.2.1. Únosnost prvků v oblastech s ohybovými trhlinami (čl. 6.2.2 (1) [2])

Smyková únosnost železobetonových prvků bez smykové výztuže namáhaných ohybem je dána vztahem

$$V_{Rd,cm} = C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} b_w d,$$

který byl určen na základě zkoušek prováděných na reprezentativním počtu prostých nosníků při porušení posouvající silou. Protože výše uvedená únosnost může být nulová pro prvky bez podélné výztuže ( $\rho_l$ ), byla pro slabě vyztužené prvky odvozena rovnice

$$V_{Rd,c} \geq v_{min} b_w d.$$

Vliv normálové síly na smykovou únosnost je možné vyjádřit vztahem

$$V_{Rd,cn} = k_1 \sigma_{cp} b_w d$$

Rovnice pro celkovou únosnost má pak následující tvar, který odpovídá EN 1992-1-1 čl. 6.2.2 (1)

$$V_{Rd,c} = \left[ C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d$$

minimálně však

$$V_{Rd,c} = (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d$$

kde  $C_{Rd,c} = 0,18 / \gamma_c$ ,

$k$  součinitel zohledňující výšku průřezu  $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} < 2,0$ ; kde  $d$  je v mm,

$\rho_l$  součinitel vlivu podélného vyztužení  $\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0,02$ ,

$f_{ck}$  charakteristická válcová pevnost betonu v tlaku v MPa,

$k_1 = 0,15$ ,

$\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c < 0,2 f_{cd}$  v MPa,

$b_w$  nejmenší šířka průřezu v tažené části,

$d$  efektivní výška průřezu, viz 1.2.4.2,

$v_{min}$  minimální ekvivalentní smyková pevnost  $v_{min} = 0.035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$ .

### 1.2.2.2. Únosnost prvků v oblastech bez ohybových trhlin (čl. 6.2.2 (2) [2])

Únosnost prvku v oblastech bez ohybových trhlin lze odvodit z Mohrovy kružnice. Do rovnice

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_z^2}$$

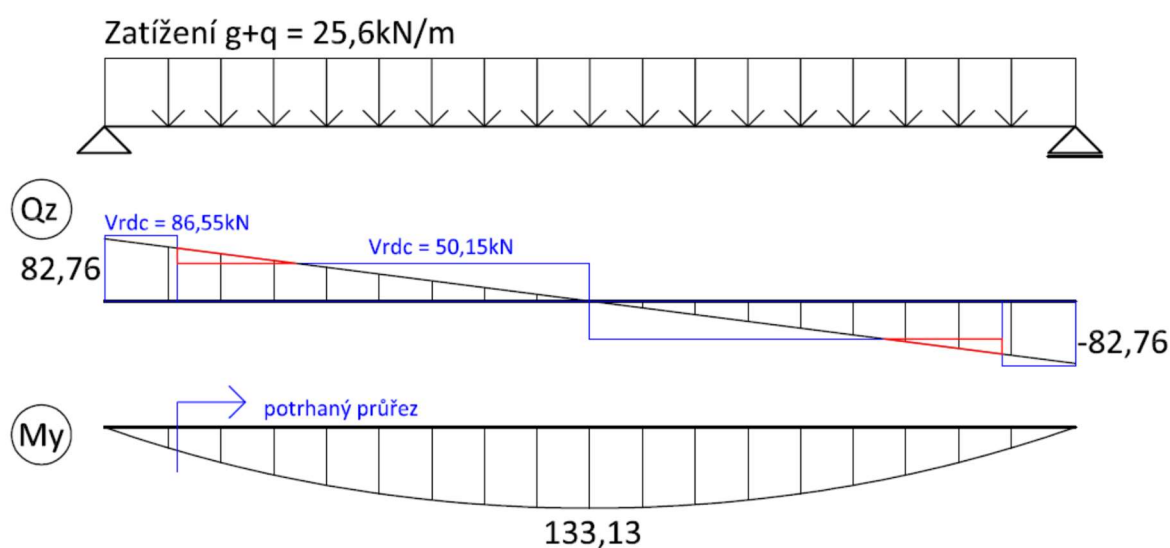
dosadíme  $\sigma_x = \sigma_{cp}$  a  $\tau_z = V_{Rd,c} S / (I b_w)$  a vyjádříme  $V_{Rd,c}$  a dostaneme rovnici, která odpovídá vzorci v EN 1992-1-1 čl. 6.2.2 (2)

$$V_{Rd,c} = \frac{I b_w}{S} \sqrt{f_{ctd}^2 + \alpha_l \sigma_{cp} f_{ctd}}$$

kde  $I$  moment setrvačnosti plochy průřezu,

|               |   |
|---------------|---|
| $b_w$         | šířka průřezu v těžišťové ose   |
| $S$           | statický moment plochy průřezu nad těžišťovou osou počítaný k této ose, |
| $f_{ctd}$     | návrhová pevnost betonu v dostředném tahu v MPa,                        |
| $\sigma_{cp}$ | napětí betonu v tlaku v těžišťové ose,                                  |
| $\alpha_l$    | součinitel vlivu přenásecích délek, obvykle 1,0.                        |

V souvislosti s výše uvedeným je nutno poznamenat, že v oblastech bez ohybových trhlin může vycházet únosnost  $V_{Rd,c}$  výrazně vyšší, než v oblastech porušených trhlinami podle čl. 6.2.2 (1) [2], viz obr. 1.13. Na tomto obrázku je názorně vidět, že i když posoudíme posouvající sílu v místě jejího extrému (kde nevznikají trhliny), nemusíme nutně zabezpečit to, že bude přenesena po celé délce nosníku. Stane se tak v důsledku změny metody výpočtu únosnosti betonu ve smyku. Na straně bezpečné je samozřejmě možné uvažovat i v místech, kde nevzniknou trhliny únosnost podle čl. 6.2.2 (1) [2].



obr. 1.13 - Srovnání únosností betonu ve smyku před a po vzniku ohybových trhlin

Ke vztahu pro  $V_{Rd,c}$  podle čl. 6.2.2 (2) je dále nutné poznamenat, že v obecném případě je nutno vycházet z posouzení vlákna v místě extrémního hlavního tahu v oblasti tlakového normálového napětí, nikoliv v místě těžiště průřezu. V tomto místě je tedy nutné spočítat průřezové charakteristiky ( $S$  a  $b_w$ ). Pro stanovení maximálního hlavního napětí  $\sigma_1$  v programu IDEA RCS vedeme těžištěm přímkou ve směru výslednice posouvajících sil. Tuto přímkou rozdělíme na 20 úseků. Na tuto přímkou promítneme další charakteristické body (body polygonu průřezu, těžiště, neutrální osu). V takto stanovených bodech spočteme  $S$ ,  $b_w$ ,  $\sigma_x$ ,  $\tau_{yz}$  a  $\sigma_1$ . V místě maximálního hlavního tahu provedeme výpočet smykové únosnosti.

Posouvající sílu před uplatněním redukce součinitelem  $\beta$  musí podle článku 6.2.2 (6) splňovat navíc podmínku

$$V_{Ed} \leq 0,5 b_w d v f_{cd}$$

$$\text{kde } v = 0,6 \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \text{ kde } f_{ck} \text{ je v MPa,}$$

### 1.2.2.3. Únosnost nevyztužených nebo slabě vyztužených prvků (čl. 12.6.3 [2])

Hodnotu únosnosti ve smyku pro nevyztužený nebo slabě vyztužený beton můžeme odvodit ze vztorce

$$\tau_{cp} \leq k V_{Ed} / A_{cc},$$

kde za  $\tau_{cp}$  dosadíme hodnotu

$$f_{cvd} = \sqrt{f_{ctd,pl}^2 + \sigma_{cp} f_{ctd,pl}} \text{ pro } \sigma_{cp} \leq \sigma_{c,lim}$$

nebo

$$f_{cvd} = \sqrt{f_{ctd,pl}^2 + \sigma_{cp} f_{ctd,pl} - \left(\frac{\sigma_{cp} - \sigma_{c,lim}}{2}\right)^2} \text{ pro } \sigma_{cp} > \sigma_{c,lim}.$$

Dílčí hodnoty použité ve výše uvedených vztorcích jsou dány

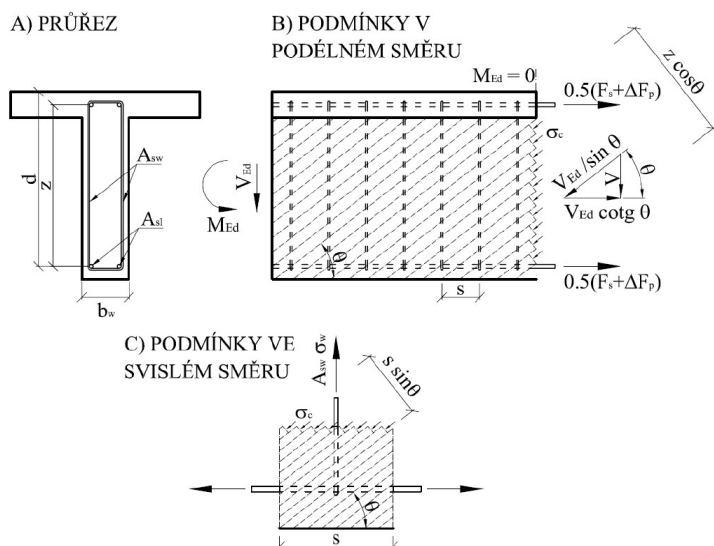
$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_{cc}}$$

$$\sigma_{c,lim} = f_{cd,pl} - 2 \sqrt{f_{ctd,pl}(f_{ctd,pl} + f_{cd,pl})},$$

kde  $f_{cd,pl}$  návrhová pevnost v tlaku pro prostý nebo slabě vyztužený beton,  
 $f_{ctd,pl}$  návrhová pevnost v dostředném tahu pro prostý nebo slabě vyztužený beton,  
 $f_{cvd}$  návrhová pevnost betonu ve smyku za tlaku.

### 1.2.3. Únosnost prvků se smykovou výztuží (čl. 6.2.3 [2])

Výpočet únosnosti železobetonových prvků se smykovou výztuží je založena na metodě příhradové analogie s variabilním úhlem diagonál. Základem této metody je rovnováha v trojúhelníku sil určeným silou ve vzpěře (diagonále), silou v trmínku a podélné výztuží.



obr. 1.14 - Principy příhradové analogie při namáhání smykem

Průřez zatížený smykem je porušen trhlinami pod úhlem  $\theta$ , z tohoto důvodu vzdoruje posouvající síle betonová diagonála se stejným sklonem. Sílu v tlakové diagonále lze vyjádřit

vztahem  $V_{Ed}/\sin \theta$ . Tato síla musí být přenesena plochou betonu kolmou na tlakovou diagonálu  $b_w z \cos \theta$ . Napětí v betonu v tlakové diagonále je pak rovno

$$\sigma_c = \frac{V_{Ed}}{b_w z \sin \theta \cos \theta} = \frac{V_{Ed}}{b_w z} (\tan \theta + \cot \theta)$$

Po dosazení  $\sigma_c = \alpha_{cw} v_1 f_{cd}$  a  $V_{Ed} = V_{Rd,max}$  a vyjádření  $V_{Rd,max}$  dostaneme rovnici pro únosnost tlakové diagonály

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} / (\cot \theta + \tan \theta).$$

Pro vyrovnání svislé složky způsobené silou v tlakové diagonále bude využita smyková výztuž. Velikost svislé síly vychází z napětí v tlakové diagonále na ploše betonu odpovídající jednomu třmínku -  $\sigma_c b_w s \sin^2 \theta$ . Mezní síla v třmínku je dána jako  $A_{sw} f_{ywd} / s$ . Pokud dosadíme  $\sigma_c$ , porovnáme s mezní silou ve výztuži, po úpravách dostaneme

$$\frac{A_{sw} f_{ywd}}{s} = \frac{V_{Ed}}{z} \tan \theta$$

Po vyjádření  $V_{Ed}$  jako  $V_{Rd,s}$  dostaneme únosnost průřezu se svislou smykovou výztuží

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta.$$

Podélnou sílu způsobenou smykem přenáší podélná výztuž a lze ji vyjádřit jako  $V_{Ed} \cot \theta$ . Odvození vztahů lze nalézt např. v [4].

Programem IDEA RCS je možné posoudit pouze únosnost prvků se svislou smykovou výztuží. Obecně lze použít vzorce.

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} (\cot \theta + \cot \alpha) / (1 + \cot^2 \theta)$$

kde  $A_{sw}$  plocha smykové výztuže,  
 $s$  osová vzdálenost třmínků po délce prvku,  
 $f_{ywd}$  návrhová mez kluzu smykové výztuže,  
 $b_w$  nejmenší šířka průřezu mezi taženým a tlačným pásem. Pro výpočet únosnosti  $V_{Rd,max}$  je nutno hodnotu šířky průřezu redukovat na tzv. jmenovitou šířku průřezu v případě, že je průřez oslaben kabelovými kanálky

$$b_{w,nom} = b_w - 0,5 \Sigma \phi \text{ pro zainjektované kanálky,}$$

$$b_{w,nom} = b_w - 1,2 \Sigma \phi \text{ pro nezainjektované kanálky,}$$

$v = 0,6$  pro  $f_{ck} \leq 60 \text{ MPa}$  nebo  $0,9 - f_{ck}/200$  pro  $f_{ck} > 60 \text{ MPa}$ ,

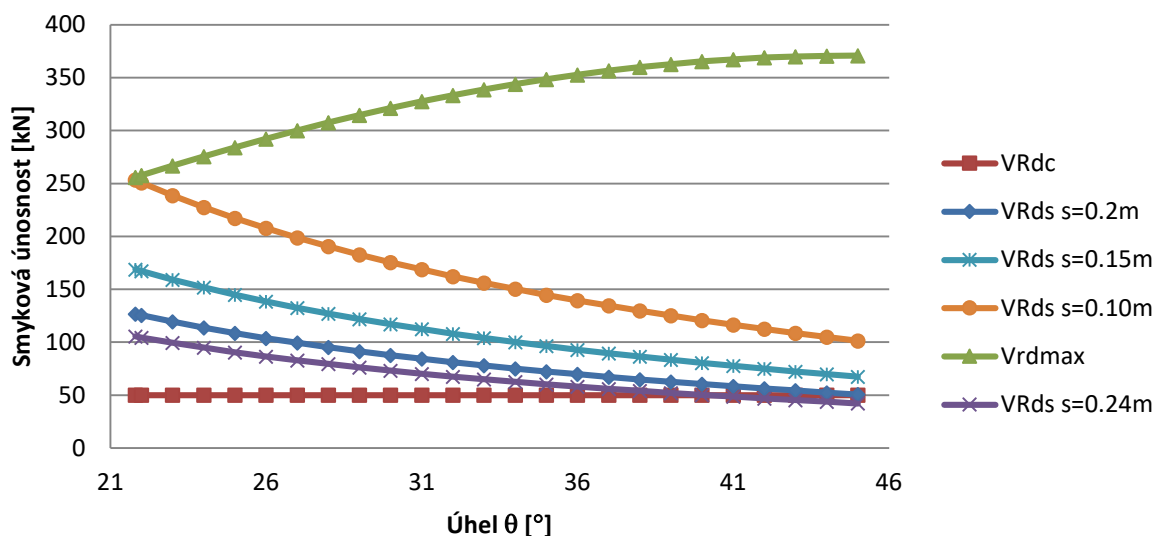
$\alpha_{cw}$  součinitel, kterým se zohledňuje stav napětí v tlačném pásu.

| Zatížení                 | $\sigma_{cp} = 0$ | $0 < \sigma_{cp} \leq 0,25 f_{cd}$ | $0,25 f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0,5 f_{cd}$ | $0,5 f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 1,0 f_{cd}$ |
|--------------------------|-------------------|------------------------------------|---|--|
| Koeficient $\alpha_{cw}$ | 1.0               | $1 + \sigma_{cp}/f_{cd}$           | 1,25  | $2,5(1 - \sigma_{cp}/f_{cd})$              |

Tab. 1-1 Určení součinitele  $\alpha_{cw}$

Úhel  $\theta$  je definován jako odklon mezi betonovými tlakovými diagonálami a podélnou osou nosníku. Může nabývat následujících hodnot  $1 \leq \cot \theta \leq 2,5$ . Volbou velikosti úhlu  $\theta$  můžeme ovlivňovat hodnoty únosností. Závislost únosností ukazuje obr. 1.15. Z obrázku

vyplývá, že s rostoucím úhlem  $\theta$  roste únosnost  $V_{Rd,max}$ , klesá únosnost  $V_{Rd,s}$ . Únosnost  $V_{Rd,c}$  je konstantní, protože není založena na metodě příhradové analogie.



obr. 1.15 - Závislost únosnosti průřezu ve smyku na úhlu  $\theta$

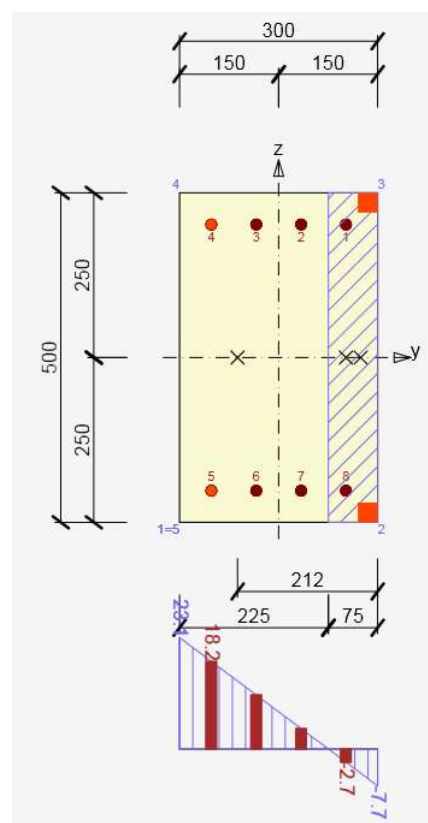
#### 1.2.4. Výpočet průřezových charakteristik pro výpočet smyku

Pro výpočet smyku je důležité spočítat průřezové veličiny ovlivňující smykovou únosnost. Mezi tyto veličiny patří především šířka průřezu vzdorující smyku  $b_w$ , efektivní šířka  $d$  a rameno vnitřních sil  $z$ . Norma [2] dává tyto veličiny bezprostředně do souvislosti s aktuálním ohybovým namáháním. Problém však je určit tyto veličiny v případě, že se výrazně liší směr výslednice působících ohybových momentů (přesněji směr momentové výslednice odporu průřezu) od směru výslednice posouvajících sil. V tomto případě norma nedává žádná doporučení.

##### 1.2.4.1. Šířka průřezu vzdorující smyku $b_w$

V programu IDEA RCS se výpočet šířky průřezu vzdorující smyku provádí ve směru kolmém na výslednici posouvajících sil. V závislosti na článku normy se tato šířka počítá jako:

- nejmenší šířka průřezu mezi výslednicí v tlaceném betonu a tažené výztuži ve směru kolmém na výslednici posouvajících sil pro článek 6.2.2 (1) a 6.2.3 (1)
- šířka průřezu ve směru kolmém na výslednici posouvajících sil ve vyšetřovaném bodě podle článku 6.2.2 (2)

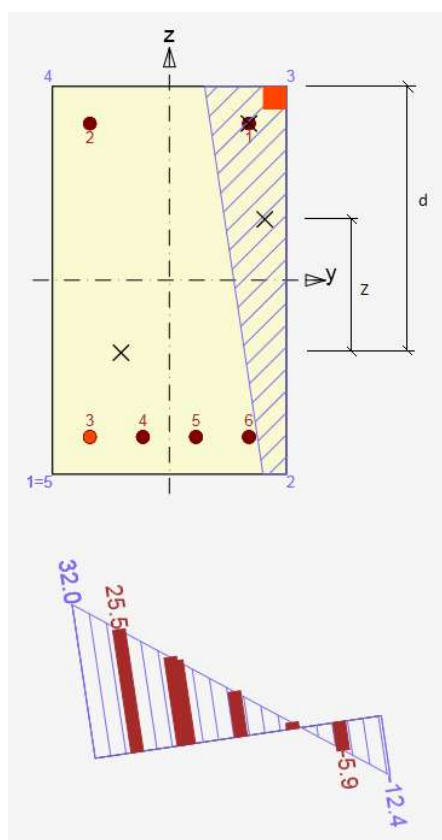


obr. 1.16 - Namáhání ohybem kolmo na posouvající sílu

### 1.2.4.2. Efektivní výška průřezu

Efektivní výška bývá nejčastěji definována jako vzdálenost nejvíce tlačného vlákna betonu k těžišti tažené výztuže. Protože je v přímé souvislosti s namáháním ohybem, je tato vzdálenost dána jako kolmý průmět do spádové přímky roviny přetvoření. Tato definice se dá upřesnit tak, že místo těžiště tažené výztuže použijeme polohu výslednice sil v tažené výztuži. V průběhu vývoje programu IDEA RCS byl řešen problém, jak definovat efektivní výšku pro průřezy, kde není rovina zatížení ohybem shodná se směrem výslednice posouvajících sil. Proto byla v RCS definována efektivní výška jako vzdálenost nejvíce tlačného vlákna betonu k výslednici sil v tažené výztuži (vycházející z namáhání ohybem) a to ve směru výslednice posouvajících sil, viz obr. 1.17. Výjimečné případy nastanou, pokud nejsme schopni určit tlačné vlákno nebo výslednici v tažené výztuži. V tomto případě doporučujeme použít hodnotu  $0,9 h$  (90% výšky průřezu ve směru výslednice posouvajících sil). Tuto hodnotu si může uživatel programu IDEA RCS zvolit pomocí nastavení normových proměnných.

### 1.2.4.3. Rameno vnitřních sil

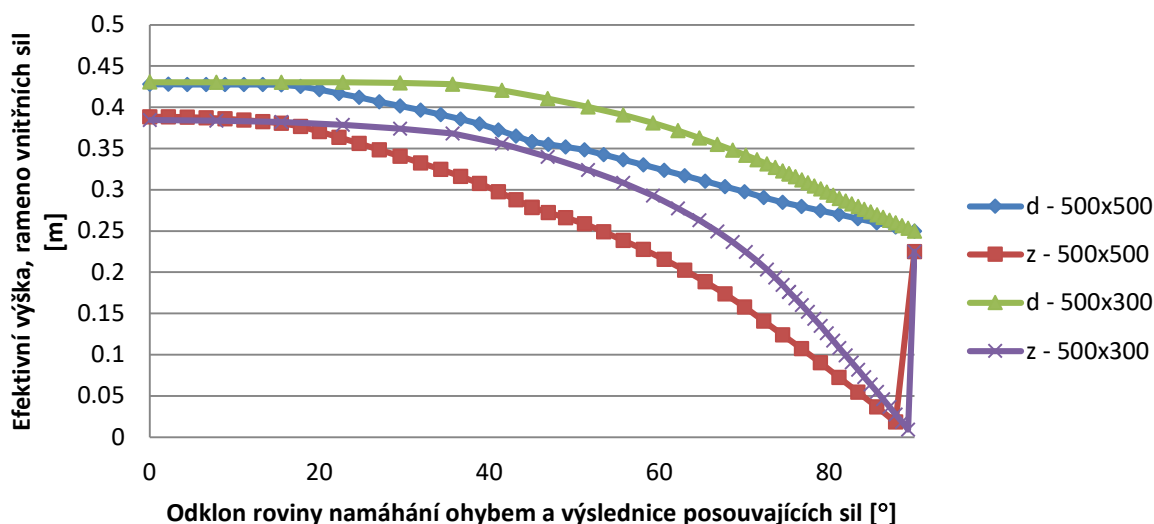


obr. 1.17 - Princip určení efektivní výšky a rameno vnitřních sil pro posouzení smyku

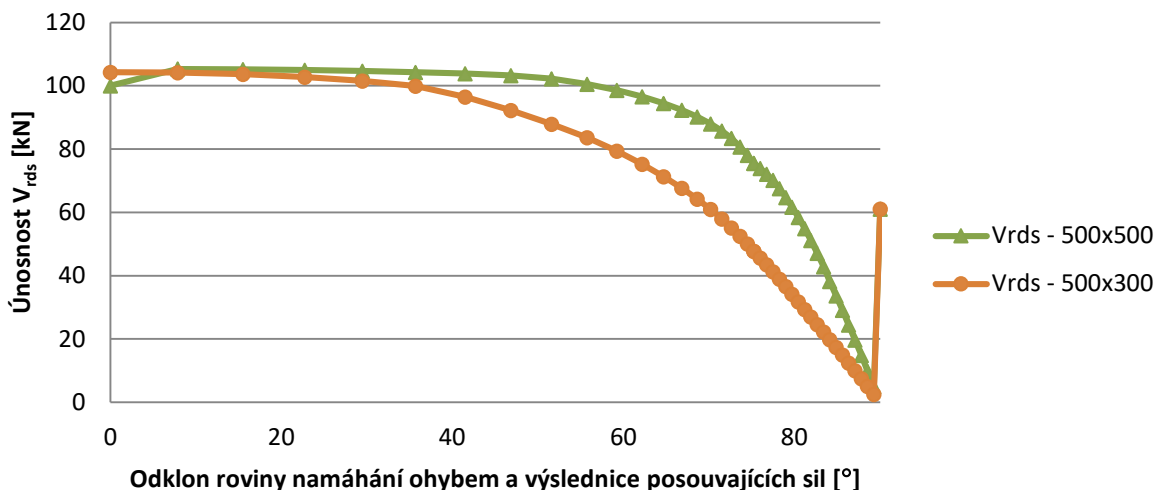
Rameno vnitřních sil je v 6.2.3 (3) [2] definováno jako „vzdálenost sil v tlačném a taženém pásu“. Norma však nedefinuje, jak postupovat v případě, kdy není rovina zatížení ohybem shodná se směrem výslednice posouvajících sil. Proto, stejně jako pro efektivní výšku, definujeme tuto vzdálenost ve směru výslednice posouvajících sil. I zde mohou nastat podobné výjimečné případy, např. celý průřez je tlačný atd. V tomto případě bereme hodnotu  $0,9 d$  (90 % efektivní výšky průřezu). Tuto hodnotu si může uživatel programu IDEA RCS zvolit pomocí nastavení normových proměnných.

Závislost odklonu roviny namáhání ohybem a výslednicí posouvajících sil je názorně vidět na obr. 1.18 a obr. 1.19. Se zvětšujícím se odklonem se zmenšují hodnoty efektivní výšky, ramena vnitřních sil a také únosností na nich závislých. Limitní stav je  $90^\circ$ . Pro tento odklon nelze spočítat velikost ramene vnitřních sil, respektive rameno vnitřních sil je rovno 0. V tomto případě je uvažována hodnota zadaná v nastavení normových proměnných. Tímto je způsoben skok na konci grafu. Z této studie vyplývá doporučená maximální hodnota odklonu okolo  $20^\circ$ .





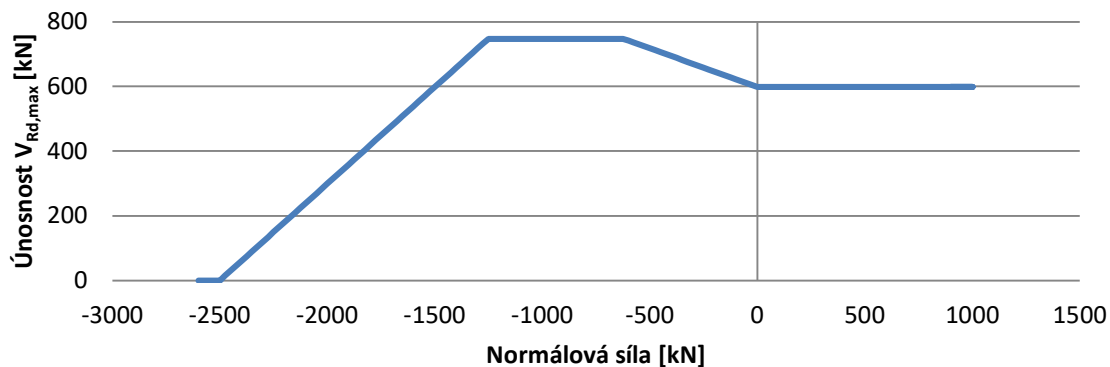
obr. 1.18 - Závislost efektivní výšky a rameno vnitřních sil na odklonu roviny namáhání ohybem a výslednice posouvajících sil



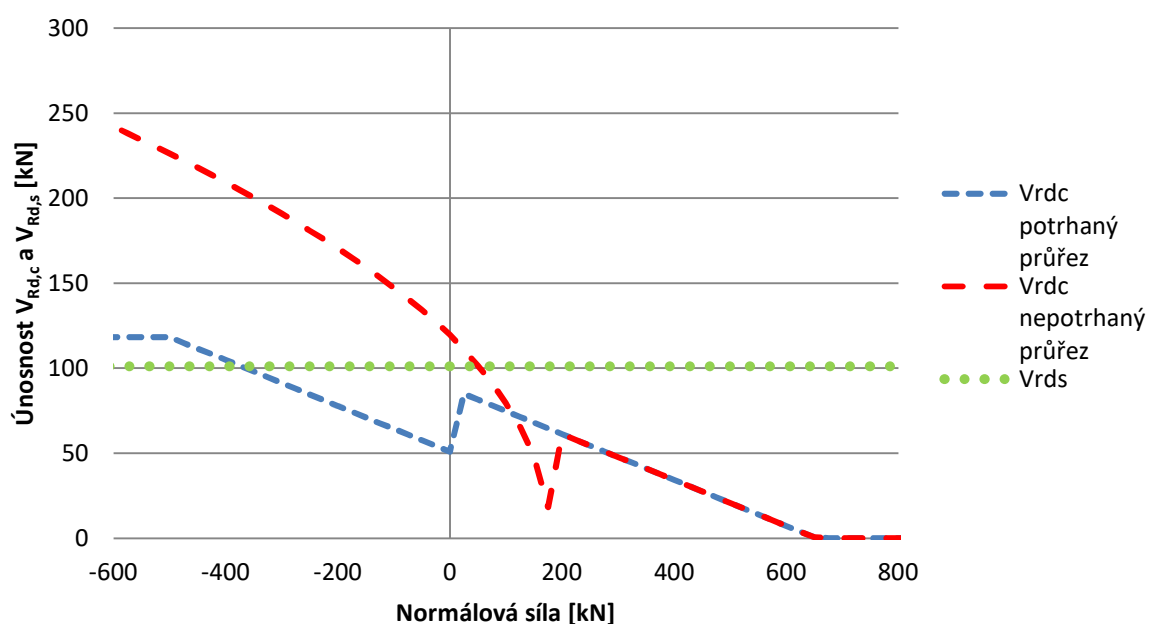
obr. 1.19 - Závislost únosnosti  $V_{rds}$  na odklonu roviny namáhání ohybem od výslednice posouvajících sil

V rámci testování programu RCS byla provedena studie závislosti únosnosti ve smyku na měnící se normálové síle. Únosnost  $V_{Rd,max}$  je ovlivňována pouze koeficientem  $\alpha_{cw}$ , viz obr. 1.20. Na obr. 1.21 je vidět konstantní hodnota únosnosti  $V_{Rds}$ . Pro únosnost  $V_{Rdc}$  platí, že klesá se zvětšující se normálovou silou. Modrá křivka na obr. 1.21 znázorňuje únosnost  $V_{Rdc}$  se zanedbáním vlivu vzniku trhlin a byla spočtena použitím vzorce v kapitole 6.2.2 (1) [2]. Skok na rozhraní tlaku a tahu je způsoben započtením tažené výztuže. Křivka červená respektuje vliv vzniku trhlin a do vzniku trhlin od ohybu únosnost klesá. Je počítána podle vzorce v kapitole 6.2.2 (2) [2]. Po vzniku trhlin je průběh stejný jako pro 6.2.2 (1) [2].





obr. 1.20 - Závislost smykové únosnosti  $V_{Rd,max}$  na normálové síle



obr. 1.21 - Závislost smykových únosností  $V_{Rd,c}$  a  $V_{Rd,s}$  na normálové síle

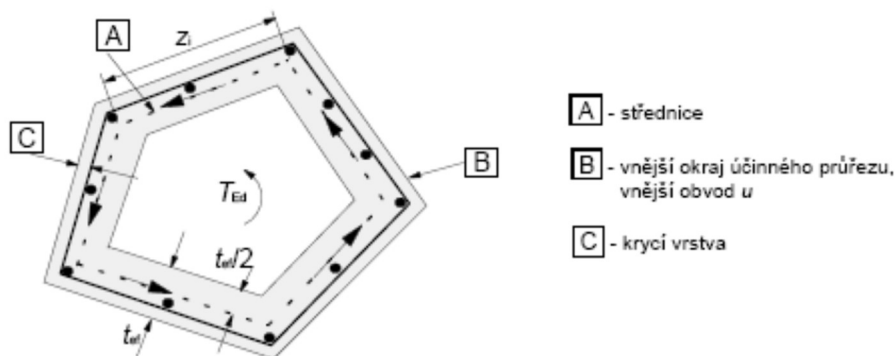
### 1.3. Kroucení

#### 1.3.1. Předpoklady výpočtu

Chování železobetonového průřezu namáhaného kroucením lze rozdělit do dvou kategorií – před vznikem trhliny a po jejím vzniku. Před vznikem trhliny se průřez chová přibližně jako pružný materiál. Napětí od kroucení lze vyjádřit vztahem

$$\tau = \frac{T_{Ed}}{W_t}, \text{ kde } W_t \text{ je průřezový modul v kroucení.}$$

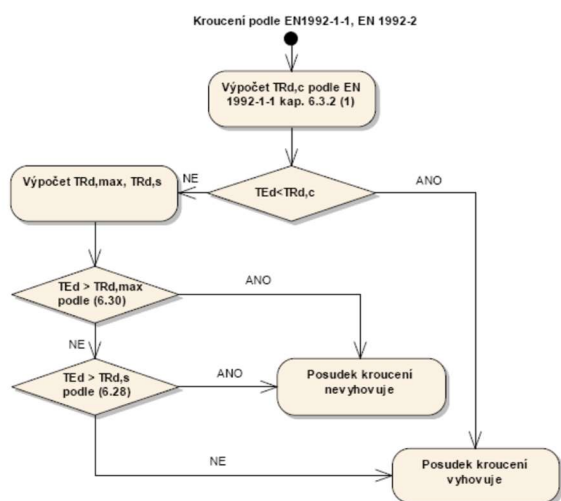
Vznik trhlin u nevyztuženého prvku v důsledku hlavního tahu od kroucení je také mez porušení. Chování vyztuženého železobetonového prvku popsat na ekvivalentním tenkostěnném průřezu, viz obr. 1.22. Stanovení dimenzí tenkostěnného průřezu je popsáno v kapitole 1.3.4.



obr. 1.22 - Ekvivalentní tenkostěnný průřez

#### 1.3.2. Postup výpočtu

Proces posouzení železobetonového prvku na účinky kroucení je velmi podobný posouzení smyku. V první řadě posoudíme únosnost betonu. Pokud beton vyhoví, lze navrhnout výztuž pouze podle konstrukčních zásad. V opačném případě musíme únosnost výztuže a tlakové diagonály ověřit výpočtem.



obr. 1.23 - Proces diagram posouzení kroucení

### 1.3.3. Únosnost

Tok smykové síly ve stěně tenkostěnného průřezu namáhaného kroucením lze vyjádřit

$$\tau_t t_{ef} = \frac{T_{Ed}}{2A_k},$$

Smyková síla v stěně tenkostěnného průřezu je dána vztahem

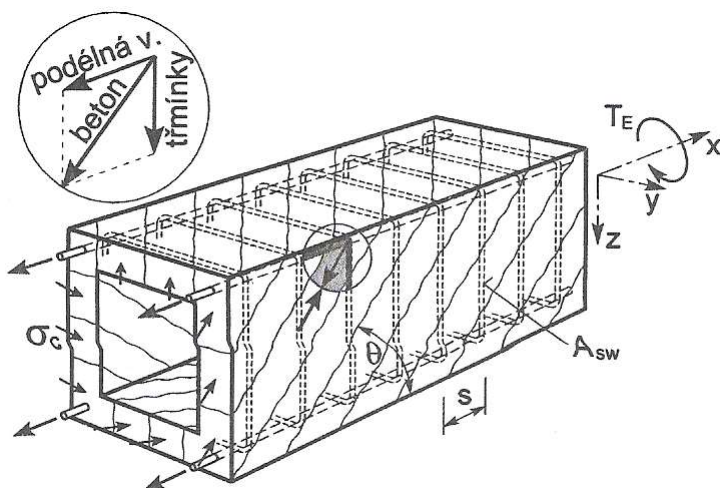
$$V = \tau_t t_{ef} Z,$$

kde  $\tau$  smykové napětí ve stěně,  
 $t_{ef}$  tloušťka stěny ekvivalentního tenkostěnného průřezu,  
 $Z$  délka stěny,  
 $T_{Ed}$  krouticí moment,  
 $A_k$  plocha ohraničená střednicí ekvivalentního tenkostěnného průřezu.

Krouticí moment na mezi vzniku trhlin lze vyjádřit dosazením  $f_{ctd}$  do předchozího vzorce. Tím dostaneme vztah pro únosnost prvku v kroucení bez výztuže přenášející kroucení.

$$T_{Rd,c} = 2A_k t_{ef} f_{ctd},$$

kde  $f_{ctd}$  návrhová pevnost betonu v dostředném tahu.



obr. 1.24 - Principy příhradové analogie při namáhání krouticím momentem

Únosnost prvku s výztuží přenášející kroucení se skládá z únosnosti tlakových betonových diagonál, která je opět založena na metodě příhradové analogie. Napětí v tlakové diagonále můžeme vyjádřit pomocí smykové síly ve stěně tenkostěnného průřezu na plochu dané stěny, tj.

$$\sigma_c = \frac{\frac{T_{Ed} Z}{2A_k \sin \theta}}{Z t_{ef} \cos \theta} = \frac{T_{Ed}}{2A_k t_{ef} \sin \theta \cos \theta}.$$

Po dosazení  $\sigma_c = \alpha_{cw} \nu f_{cd}$  a  $T_{Ed} = T_{Rd,max}$  a vyjádření  $T_{Rd,max}$  dostaneme rovnici pro únosnost tlakové diagonály

$$T_{Rd,max} = 2 \nu \alpha_{cw} f_{cd} A_k t_{ef} \sin \theta \cos \theta,$$

kde  $\nu = 0,6$  pro  $f_{ck} \leq 60\text{MPa}$  nebo  $0,9 - f_{ck}/200$  pro  $f_{ck} > 60\text{MPa}$ ,  
 $\alpha_{cw}$  součinitel, kterým se zohledňuje stav napětí v tlačeném pásu,

$f_{cd}$  návrhová pevnost betonu v tlaku.

Únosnost smykové výztuže přenášející kroucení opět vychází z napětí v tlakové diagonále. Síla v třmínku je rovna napětí v tlakové diagonále na ploše odpovídající dané větvi třmínku, tj.

$$A_{sw}f_{ywd} = \frac{T_{Ed}}{2A_k t_{ef} \sin \theta \cos \theta} t_{ef} s \sin^2 \theta = \frac{T_{Ed} s}{2A_k \cot \theta}$$

Dosazením  $T_{Ed} = T_{Rd,s}$  a vyjádřením  $T_{Rd,s}$  dostaneme rovnici

$$T_{Rd,s} = 2A_k \frac{A_{sw}f_{ywd}}{s} \cot \theta .$$

Pokud známe množství podélné a smykové výztuže, můžeme si stanovit úhel  $\theta$  jako

$$\tan^2 \theta = \frac{\frac{A_{sw}f_{ywd}}{s}}{\frac{A_{sl}f_{yd}}{u_k}}$$

Při dosazení do vzorce pro  $T_{Rd,s}$  dostaneme

$$T_{Rd,s} = 2A_k \sqrt{\frac{A_{sw}}{s} f_{ywd} \frac{A_{sl}}{u_k} f_{yd}} ,$$

kde  $A_{sw}$  plocha smykové výztuže,  
 $s$  osová vzdálenost třmínků po délce prvku,  
 $f_{ywd}$  návrhová mez kluzu smykové výztuže,  
 $A_{sl}$  plocha podélné výztuže,  
 $u_k$  obvod ohraničený střednicí ekvivalentního tenkostěnného průřezu,  
 $f_{yd}$  návrhová mez kluzu podélné výztuže.

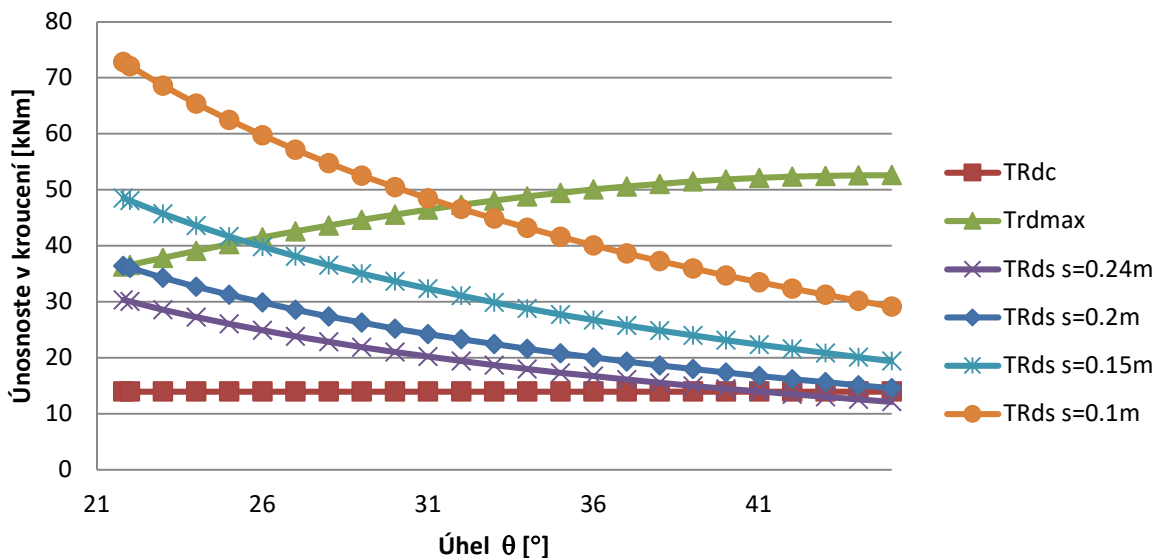
Sílu v podélné výztuži můžeme odvodit ze smykové síly od kroucení po obvodu tenkostěnného průřezu, která je

$$V = \frac{T_{Ed}}{2A_k} u_k .$$

Tuto sílu převedeme do podélného směru a dostaneme

$$F_l = \frac{T_{Ed} u_k}{2A_k \tan \theta} .$$

Úhel  $\theta$  může nabývat stejných hodnot jako v posouzení smyku, tj.  $1 \leq \cot \theta \leq 2,5$ . Závislost únosností lze vidět na obr. 1.25. Z obrázku analogicky vyplývá, že s rostoucím úhlem  $\theta$  roste únosnost  $T_{Rd,max}$ , klesá únosnost  $T_{Rd,s}$  a únosnost  $T_{Rd,c}$  je konstantní, protože není založena na metodě příhradové analogie.

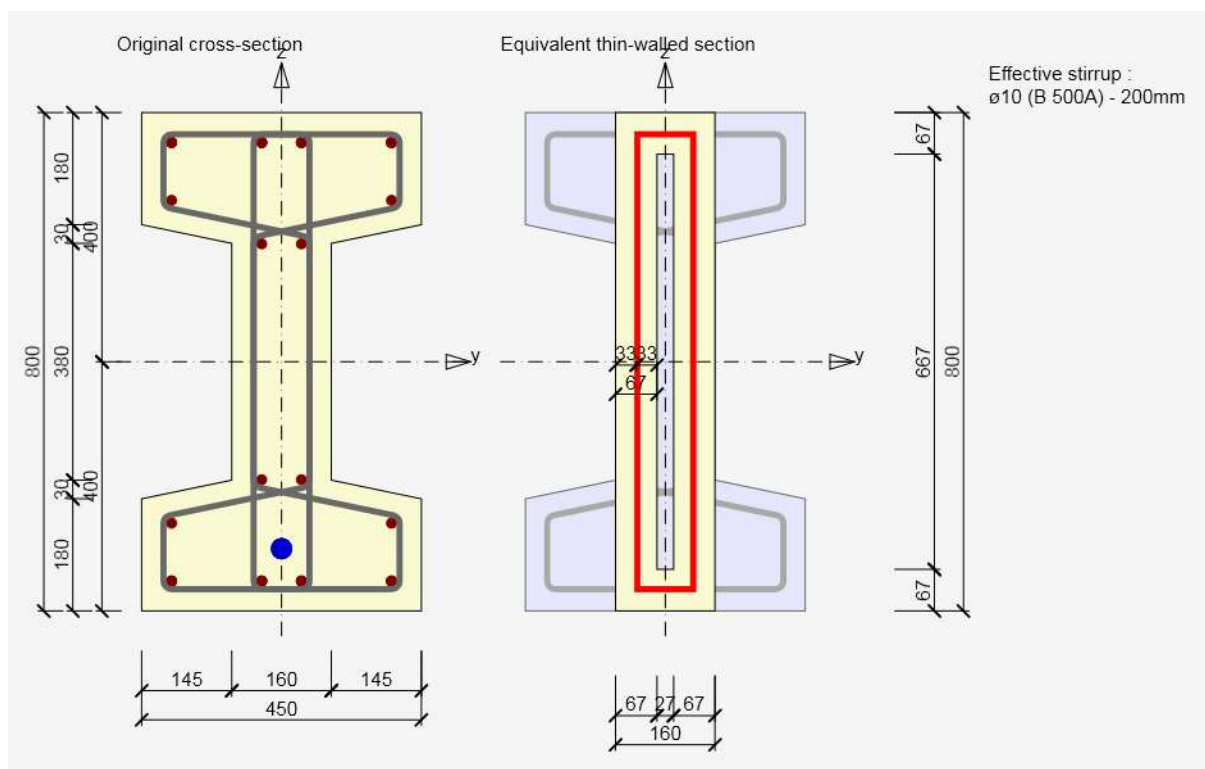


obr. 1.25 - Závislost únosnosti průřezu v kroucení na úhlu  $\theta$

### 1.3.4. Výpočet průřezových veličin pro výpočet kroucení

Pro posouzení průřezu na kroucení je nutno stanovit tzv. ekvivalentní tenkostěnný průřez. Pro stanovení rozměrů ekvivalentního průřezu máme následující možnosti:

- Automatický výpočet na základě zadaných třmínků.



obr. 1.26 – Ekvivalentní průřez účinný v kroucení vypočtený na základě zadaného třmínku

Podle třmínků zadaných na kroucení se stanoví náhradní třmínek účinný v kroucení. Na základě tohoto třmínku se stanoví náhradní tenkostěnný průřez. Tato metoda je nastavena jako výchozí. Pokud průřez není vyztužen smykovou výztuží účinnou v kroucení je ekvivalentní průřez uvažován podle následující metody.

– Výpočet na základě plochy a obvodu průřezu

Při stanovení rozměrů ekvivalentního průřezu předpokládáme tvar obdélníka. Pro plochu obdélníka platí  $A = b \cdot h$  a pro obvod obdélníka  $u = 2(b+h)$ . Pomocí těchto dvou rovnic lze stanovit náhradní tenkostěnný průřez tvaru obdélníka z plochy a obvodu průřezu původního. Řešením dvou rovnic o dvou neznámých dostáváme

$$b = \frac{-u \pm \sqrt{u^2 - 16A}}{-4} \quad \text{a} \quad h = \frac{(u - 2b)}{2}$$

Z rozměru tohoto náhradního průřezu lze pomocí obvodu a plochy spočítat tloušťku stěny efektivního průřezu jako

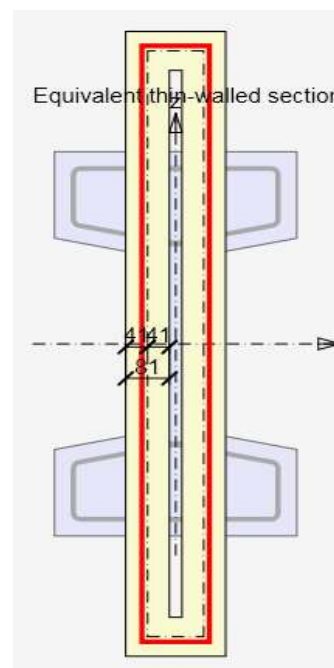
$$t = A/u$$

Dále pak plochu a obvod definované střednicí tohoto ekvivalentního průřezu

$$A_k = (h - t) (b - t)$$

$$u_k = 2((h - t) + (b - t)).$$

Problém této metody je, že např. pro průřez typu T se širokou deskou je do výpočtu rozměrů ekvivalentního průřezu započítána celková plocha a celkový obvod průřezu (i tato deska).



obr. 1.27 - Průřez účinný v kroucení vypočtený na základě plochy a obvodu průřezu

– Uživatelské zadání rozměrů.

| Equivalent thin-walled section for torsion check |              |                  |
|--|--------------|------------------|
| $A_k$ [ mm <sup>2</sup> ]                        | $u_k$ [ mm ] | $t_{eff}$ [ mm ] |
| 127151   | 2648         | 81               |

| Stirrup for torsion |          |                 |
|---------------------|----------|-----------------|
| $\phi$ [ mm ]       | Material | Distance [ mm ] |
| 10                  | B 500A   | 200             |

obr. 1.28 - Uživatelské hodnoty charakteristik pro výpočet kroucení

## 1.4. Interakce

Pod pojmem „interakce“ se v našem případě skrývá spolupůsobení smyku, kroucení, normálové síly a ohybu.

### 1.4.1. Interakce smyku a kroucení

Posouzení interakce smyku a kroucení se skládá z několika částí. Posouzení únosnosti betonu lze vyjádřit vztahem (6.31) podle čl. 6.3.2 (5) v [2]

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} + \frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}} \leq 1,0.$$

Pokud tato podmínka vyhovuje, lze konstatovat, že interakci smyku a kroucení přenesou beton a smykovou výztuž lze navrhnout pouze podle konstrukčních zásad dle čl. 9.2.1.1. Pokud tato podmínka nevyhoví, musíme ověřit únosnost smykové a podélné výztuže.

Sílu v podélné výztuži od smyku a kroucení lze vyjádřit

$$F_{stl} = \frac{V_{Ed}}{\tan \theta} + \frac{T_{Ed} u_k}{2 A_k \tan \theta},$$

Jednotlivé složky síly v podélné výztuži jsou odvozeny v 1.2.3 a 1.3.3. Tato síla musí být menší než

$$F_{stl,max} = \Sigma A_{sl} f_{yd}.$$

Sílu ve smykové výztuži od smyku a kroucení lze vyjádřit vztahem

$$F_{stw} = \left( \frac{V_{Ed}}{n_c z} + \frac{T_{Ed}}{2 A_k} \right) \tan \theta,$$

která musí být menší než

$$F_{stw,max} = A_{sw} f_{ywd}.$$

Poslední podmínkou je únosnost betonové vzpěry, která je dána vztahem (6.29) podle čl. 6.3.2 (4) v [2]

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} + \frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} \leq 1,0.$$

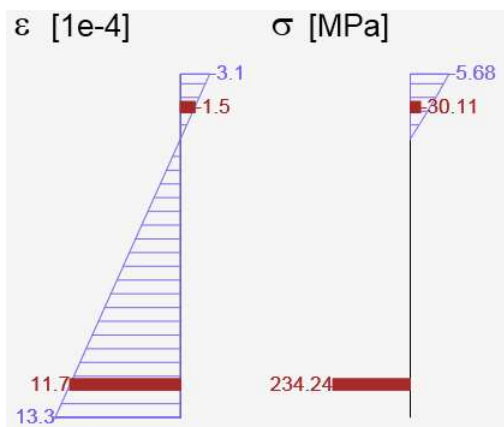
### 1.4.2. Interakce smyku, kroucení a ohybu

Posouzení interakce smyku, kroucení a ohybu vychází také z metody příhradové analogie. Hlavním principem je to, že výztuž dimenzovaná k přenesení účinků ohybu musí přenést také účinek smyku a kroucení. Jak jsme si již řekli, síla v podélné výztuži vznikající od smyku a kroucení je rovna

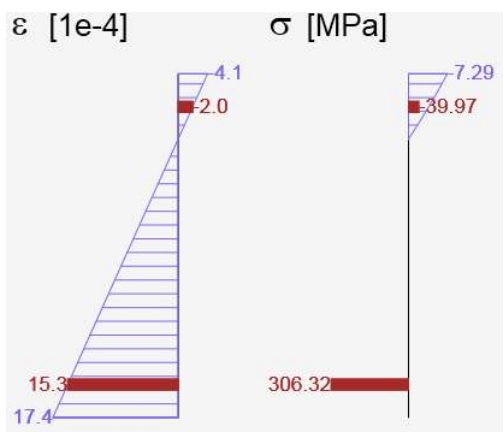
$$F_{stl} = \frac{V_{Ed}}{\tan \theta} + \frac{T_{Ed} u_k}{2 A_k \tan \theta}.$$

V algoritmu použitém v programu RCS převedeme tuto sílu na poměrné přetvoření výztuže. Toto poměrné přetvoření přidáme k poměrnému přetvoření od ohybu a provedeme posouzení mezního přetvoření.

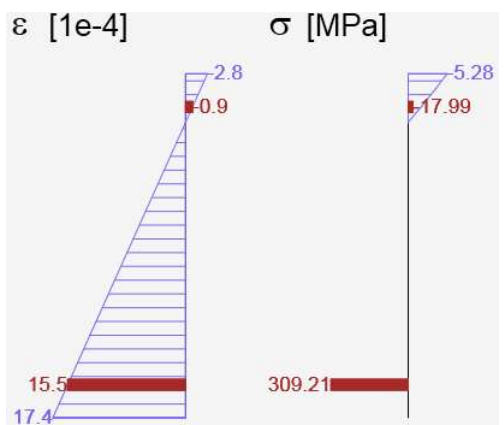
Další provedenou studií bylo srovnání metod zohledňujících vliv smyku na podélnou výztuž.



obr. 1.29 - Bez vlivu smyku

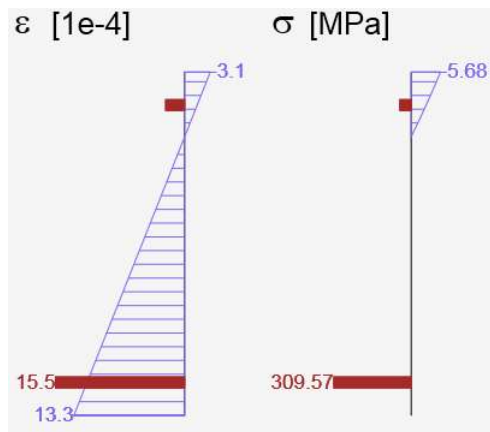


obr. 1.30 - Posun momentového obrazce dle 9.2.1.3 [2]



obr. 1.31 - Tahová síla od smyku přidána jako vnější zatížení





obr. 1.32 - Tahová síla od smyku přidána jako přetvoření do výztuže (použito v RCS)

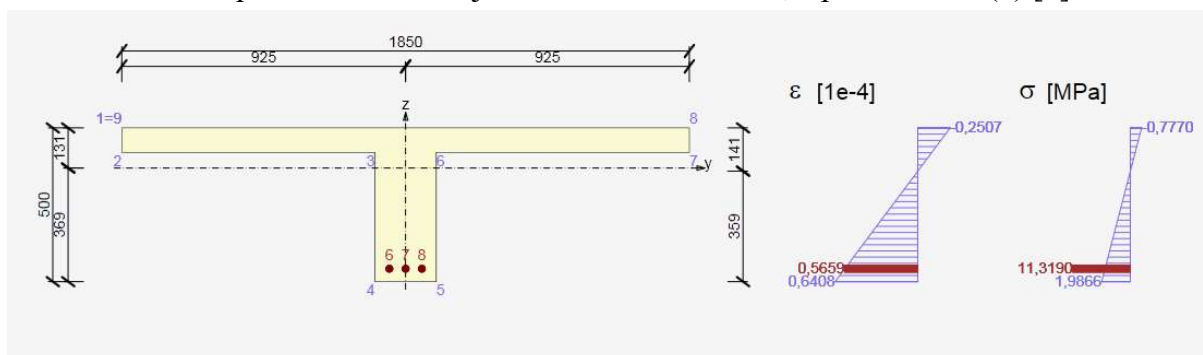
## 2. Mezní stavy použitelnosti (MSP)

### 2.1. Předpoklady výpočtu pro mezní stavy použitelnosti – MSP

Následující předpoklady se mají uplatnit ve výpočtech podle kapitol 7.2 Omezení napětí, 7.3.4 Výpočet šířky trhlin a 7.4 Kontrola průhybu ČSN EN [2]

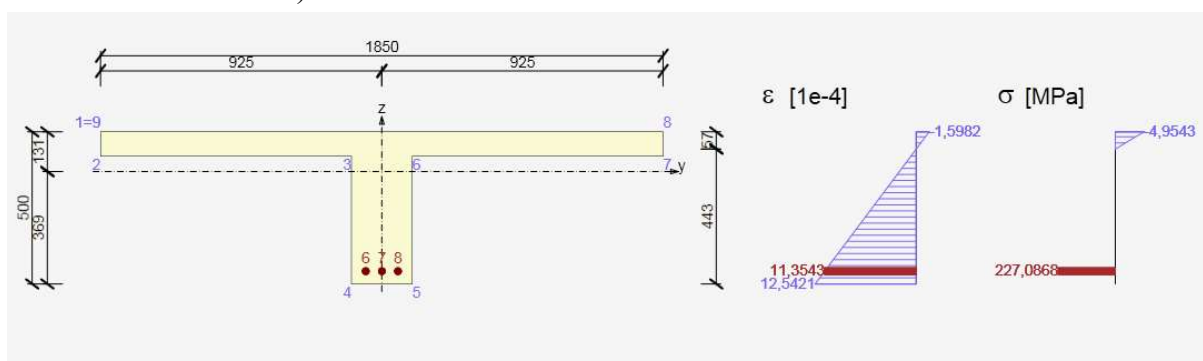
V rámci výpočtu mezního stavu použitelnosti řešíme dva stavy průřezu, které se liší pouze v působení betonu v tahu.

1. Nepotrhaný průřez
  - a. Beton v tažené oblasti průřezu působí.
  - b. Napětí v betonu je přímo úměrné vzdálenosti od neutrální osy (napětí je lineární).
  - c. Napětí ve výztuži je přímo úměrné vzdálenosti od neutrální osy (napětí je lineární).
  - d. Napětí betonu v tahu je omezeno hodnotou  $f_{ct,eff}$  podle čl. 7.1 (2) [2].



obr. 2.1 - Nepotrhaný průřez

2. Plně potrhaný průřez
  - a. Beton v tažené oblasti průřezu nepůsobí.
  - b. Napětí v betonu v tlaku je přímo úměrné vzdálenosti od neutrální osy (napětí je lineární).
  - c. Napětí ve výztuži je přímo úměrné vzdálenosti od neutrální osy (napětí je lineární).



obr. 2.2 - Potrhaný průřez

## 2.2. Omezení napětí

Posouzení omezení napětí zavádí eurokód jako jeden z nových posudků v pozemním stavitelství. (V ČSN 736207 byl tento posudek nazýván jako posudek dovolených namáhání).

Tento posudek vychází z obecných předpokladů podle kap. 2.1, kde jsou řešeny dva stavy průřezu. Nepotrhaný průřez (beton v tahu působí) a plně potrhaný průřez (beton v tahu nepůsobí). Řešení s vyloučeným betonem v tahu se uvažuje základě předpokladů článku 7.1 (2) EN. Je třeba poznamenat, že se liší od posudku dovolených namáhání v ČSN 736207.

Při výpočtu napětí a průhybů mají být uvažovány průřezy neporušené trhlinami, pokud napětí v tahu za ohybu nepřekročí  $f_{ct,eff}$ . Hodnotu  $f_{ct,eff}$  lze uvažovat jako  $f_{ctm}$  nebo  $f_{ctm,fl}$  za předpokladu, že při výpočtu minimální tahové výztuže byla použita stejná hodnota. Při výpočtu šířek trhlin a tahového zpevnění se použije hodnota  $f_{ctm}$ .

V rámci tohoto posouzení jsou řešeny 4 základní případy z hlediska omezení napětí

- 1) 7.2 (2) Napětí v tlačeném betonu u konstrukcí vystavených vlivům prostředí XD, XF a XS musí být omezeno:

$$|\sigma_c| \leq k_1 f_{ck} \qquad k_1 = 0.6,$$

- 2) 7.2 (3) Napětí v betonu při kvazi-stálé kombinaci zatížení musí být omezeno:

$$|\sigma_c| \leq k_2 f_{ck} \qquad k_2 = 0.45,$$

- 3) 7.2 (5) Napětí ve výztuži při charakteristické kombinaci zatížení musí být omezeno:

$$|\sigma_s| \leq k_3 f_{yk} \qquad k_3 = 0.8,$$

- 4) 7.2 (5) Napětí ve výztuži vyvozeno vnesenými přetvořeními

$$|\sigma_s| \leq k_4 f_{yk} \qquad k_4 = 1,$$

kde hodnoty  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$  se použijí v příslušném státě a lze nalézt v národní příloze. Doporučené hodnoty můžeme vidět výše,

$f_{yk}$  charakteristická mez kluzu betonářské výztuže,

$f_{ck}$  charakteristická válcová pevnost betonu v tlaku ve stáří 28 dní.

## 2.3. Kontrola trhlin

V rámci posouzení konstrukce z hlediska kontroly trhlin dle [2] je možné postupovat několika možnými výpočty.

- Minimální průřezové plochy výztuže dle 7.3.2.
- Omezení šířky trhlin bez přímého výpočtu 7.3.3
  - o výpočtem maximální vzdálenosti,
  - o výpočtem maximálního profilu výztuže.
- Výpočet šířky trhlin 7.3.4.

Výpočet šířky trhlin je nejpřesnější výpočet z výše zmíněných. Výpočty minimální průřezové plochy výztuže 7.3.2 a omezení šířky trhlin bez přímého výpočtu 7.3.3 vycházejí z výpočtu šířky trhlin 7.3.4. Z tohoto důvodu se budeme již zabývat jen výpočtem šířky trhlin dle 7.3.4.

### 2.3.1. Odvození šířky trhliny $w_k$

Základní předpoklady pro výpočet šířky trhlin jsou zmíněny v 2.1.

Základní vztah pro výpočet šířky trhliny  $w_k$  je:

$$w_k = s_{r,max}(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

kde dle definice normy [2] je

$s_{r,max}$  je maximální vzdálenost trhlin;

$\varepsilon_{sm}$  je střední hodnota poměrného přetvoření výztuže při příslušné kombinaci zatížení, zahrnující účinek vnesených deformací a přihlížející k účinkům tahového ztužení. Uvažuje se pouze přídavné tahové poměrné přetvoření od stavu nulového poměrného přetvoření betonu ve stejné úrovni,

$\varepsilon_{cm}$  je střední hodnota poměrného přetvoření betonu mezi trhlami.

Tento základní vztah dostaneme následujícím odvozením:

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{s2} - \Delta\varepsilon_s = \varepsilon_{s2} - \beta\Delta\varepsilon_{sr}$$

$\varepsilon_{sm}$  určuje program IDEA RCS jako rozdíl poměrného přetvoření ve výztuži v trhlami a poměrného přetvoření výztuže, které vyjadřuje vliv spolupůsobení betonu mezi trhlami,

$\varepsilon_{cm}$  je vypočteno jako poměrné přetvoření betonu za předpokladu, beton v tahu působí.

$$w_m = \varepsilon_m s_{r,m}$$

$$w_m = (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})s_{r,m}$$

Průměrná šířka trhliny

$$w_k = s_{r,max}(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = s_{r,max}(\varepsilon_{s2} - k_t\Delta\varepsilon_{sr} - k_t\varepsilon_{sr1}) = s_{r,max}(\varepsilon_{s2} - k_t(\varepsilon_{sr} + \Delta\varepsilon_{sr}))$$

$$w_k = s_{r,max}(\varepsilon_{s2} - k_t\varepsilon_{sr2}),$$

kde

$\varepsilon_{s2}$  je poměrné přetvoření ve výztuži od zatížení za předpokladu, že beton v tahu nepůsobí,

$\varepsilon_{sr2}$  je poměrné přetvoření ve výztuži od zatížení na mezi vniku trhlin za předpokladu, že beton v tahu nepůsobí.

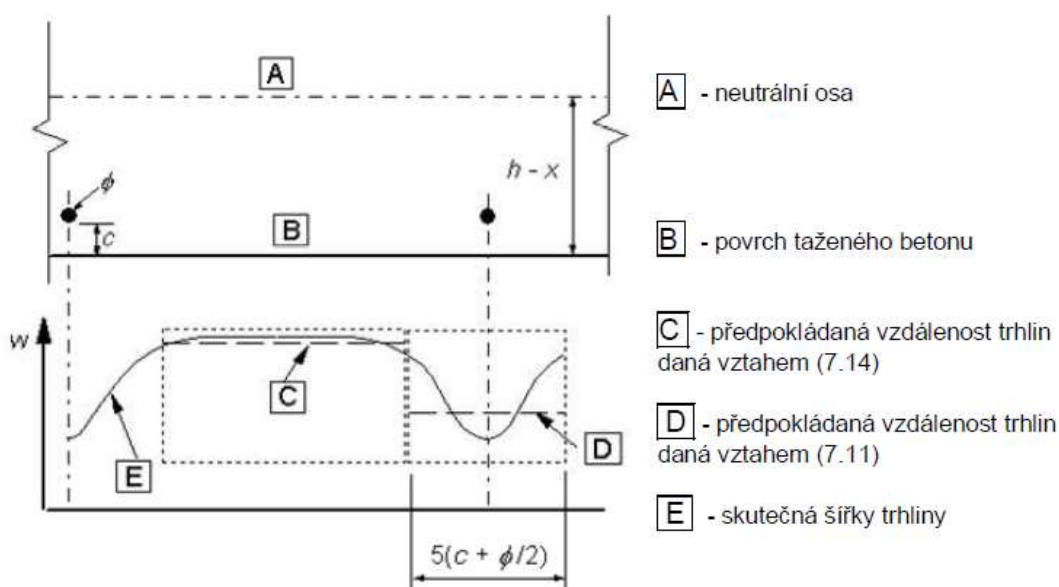
$$N_r = f_{ctm(t)}(1 + \alpha_e \rho) \Rightarrow \sigma_r = \frac{N_r}{A_s} = \frac{N_r}{\rho} \Rightarrow \varepsilon_{r2} = \frac{N_r}{E_s} = \frac{f_{ctm(t)}(1 + \alpha_e \rho)}{E_s}$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \left( \frac{\sigma_s}{E_s} - \frac{k_t f_{ctm(t)}(1 + \alpha_e \rho)}{E_s \rho} \right) \Rightarrow \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s}$$

Pokud vzorec upravíme a použijeme označení v souladu s normou, můžeme vidět, že se nám hodnota  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$  shoduje s normovým vzorcem.

### 2.3.2. Maximální vzdálenost trhlin $s_{r,max}$

V další části se budeme zabývat maximální vzdáleností mezi trhlinami  $s_{r,max}$ . Vzhledem k tomu, že jeden z rozhodujících vlivů na šířku trhliny má vzdálenost mezi vložkami výztuže, rozlišujeme dva případy výpočtu maximální vzdálenosti mezi trhlinami. Ty můžeme vidět na následujícím obrázku.



- 1) V případech, kde soudržná výztuž je umístěna v dostatečné blízkosti středu tažené oblasti (vzdálenost  $\leq 5(c + \phi/2)$ ), lze maximální výslednou vzdálenost trhlin vypočítat ze vztahu (viz obrázek 7.2):

$$s_{r,max} = k_3 c + k_1 k_2 k_3 \phi / \rho_{p,eff} \quad ,$$

kde  $\phi$  je průměr prutu. Pokud jsou v průřezu použity pruty různých průměrů, má se použít ekvivalentní průměr  $\phi_{eq}$ . V průřezu, kde je  $n_1$  prutů o průměru  $\phi_1$  a  $n_2$  prutů o průměru  $\phi_2$ , se použije následující vztah:

$$\phi_{eq} = \frac{n_1 \phi_1^2 + n_2 \phi_2^2}{n_1 \phi_1 + n_2 \phi_2}$$

- $c$  krycí vrstva podélné výztuže;  
 $k_1$  součinitel, kterým se zohledňují vlastnosti soudržné výztuže:  
 = 0,8 pro pruty s velkou soudržností;  
 = 1,6 pro pruty s hladkým povrchem (např. předpínací výztuž);  
 $k_2$  součinitel, kterým se zohledňuje rozdělení poměrného přetvoření:  
 = 0,5 pro ohyb;  
 = 1,0 pro prostý tah.

Pro případy mimostředného tahu nebo pro místní oblasti se mají použít mezilehlé hodnoty  $k_2$ , které se vypočítají podle následujícího vztahu:

$$k_2 = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/2\varepsilon_1,$$

kde  $\varepsilon_1$  je větší a  $\varepsilon_2$  menší tahové poměrné přetvoření na okrajích uvažovaného průřezu, stanovené v průřezu s trhlinou

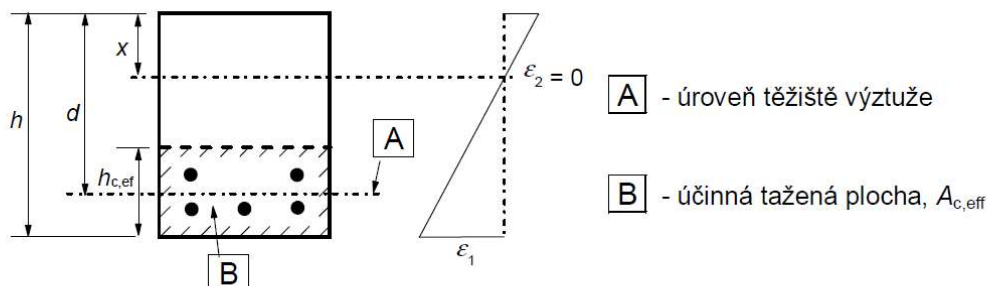
- 2) Pokud vzdálenost soudržné výztuže překročí  $5(c+\phi/2)$  (viz obrázek 7.2 v EN), nebo pokud soudržná výztuž není v tažené oblasti, lze horní mez šířky trhlin stanovit za předpokladu maximální vzdálenosti trhlin

$$s_{r,max} = 1,3 - (h - x) \quad .$$

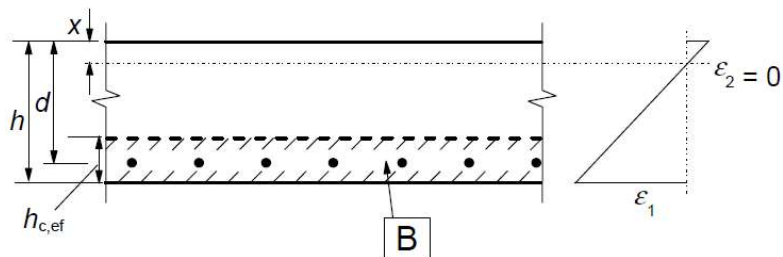
### 2.3.3. Veličiny nutné pro výpočet $\rho_{p,eff}$ použité ve vzorcích.

$A_{c,eff}$  účinná plocha taženého betonu obklopující betonářskou nebo předpínací výztuž o výšce  $h_{c,ef}$ , kde  $h_{c,ef}$  je menší z hodnot  $2,5(h - d)$ ,  $(h - x)/3$  nebo  $h/2$  (viz obrázek 7.1 v EN);

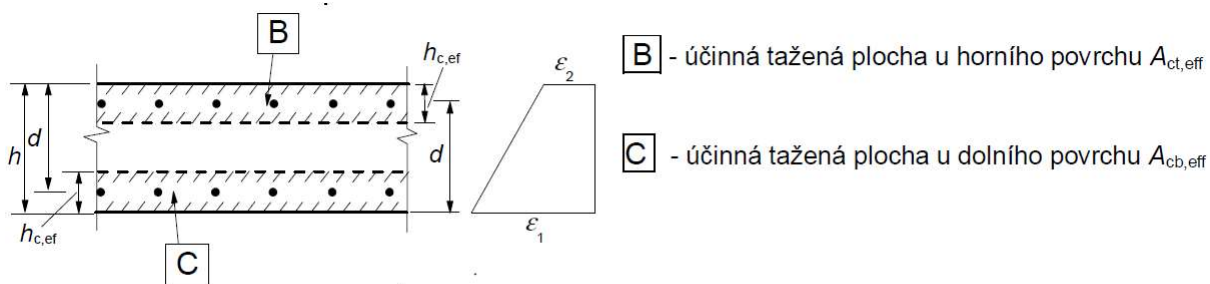
$A_s$  plocha výztuže ležící v ploše  $A_{c,eff}$ ;



a) nosník



b) deska



c) tažený prvek

## 2.4. Kontrola průhybů

Kontrolu průhybu lze provádět dvěma možnými způsoby

- buď omezením poměru rozpětí/výška podle 7.4.2 [2]
- nebo porovnáním vypočteného průhybu s mezní hodnotou podle 7.4.3 [2].

### 2.4.1. Případy, kdy lze od výpočtů upustit

Jednoduchá metoda, kterou lze použít pro železobetonové nosníky nebo desky v pozemních stavbách, je založena na kontrole poměru rozpětí k účinné výšce průřezu  $\lambda$  k meznímu poměru rozpětí k účinné výšce  $\lambda_d$ , přičemž  $\lambda_d$  se spočte jako

$$\lambda_d = \kappa_1 \kappa_2 \kappa_3 \lambda_{tab},$$

kde

- $\kappa_1$  je 0,8 u průřezů s přilehlými deskami, u nichž je poměr šířky desky k šířce žebra větší než 3,
- $\kappa_2$  je  $7/l_{eff}$  ( $l_{eff}$  v metrech, viz 5.3.2.2 (1) [2]) u nosníků a desek (s výjimkou lokálně podepřených desek), jejichž rozpětí je větší než 7 m a které podporují příčky náchylné k poškození v důsledku větších průhybů,
- $\kappa_3$  je  $8,5/l_{eff}$  ( $l_{eff}$  v metrech) u desek lokálně podepřených, jejichž větší rozpětí přesahuje 8,5 m a které podporují příčky náchylné k poškození v důsledku větších průhybů.

$\lambda_{tab}$  je spočtena na základě následujících vzorců

$$\frac{l}{d} = K \left[ 11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2\sqrt{f_{ck}} \left( \frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^2 \right] \text{ pokud } \rho \leq \rho_0 \quad (7.16. a)$$

$$\frac{l}{d} = K \left[ 11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \text{ pokud } \rho > \rho_0 \quad (7.16. b)$$

kde

- $l/d$  je mezní poměr rozpětí k účinné výšce,
- $K$  součinitel, kterým se zohledňují různé nosné systémy,
- $\rho_0$  referenční stupeň vyztužení  $\rho_0 = \sqrt{f_{ck}} 10^{-3}$ ,
- $\rho$  požadovaný stupeň vyztužení tahovou výztuží ve středu rozpětí (u konzoly ve vetknutí) na ohybový moment vyvozený návrhovým zatížením,
- $\rho'$  požadovaný stupeň vyztužení tlakovou výztuží ve středu rozpětí (u konzoly ve vetknutí) na ohybový moment vyvozený návrhovým zatížením,
- $f_{ck}$  v jednotkách MPa.

Vztahy (7.16. a) a (7.16. b) byly odvozeny za předpokladu, že napětí výztuže při příslušném návrhovém zatížení v mezním stavu použitelnosti v průřezu s trhlinou uprostřed rozpětí nosníku popř. desky nebo ve vetknutí konzoly je 310 MPa (což přibližně odpovídá  $f_{yk} = 500$  MPa). Při jiných úrovních napětí se mají hodnoty stanovené ze vztahu (7.16) vynásobit poměrem 310/ $\sigma_s$ . Obvykle se dá bezpečně předpokládat, že:

$$310 / \sigma_s = 500 / (f_{yk} A_{s,req} / A_{s,prov}) \quad (7.17)$$



kde

$\sigma_s$  je tahové napětí ve výztuži ve středu rozpětí (ve vetknutí konzoly) při návrhovém zatížení v mezním stavu použitelnosti,

$A_{s,prov}$  je skutečná plocha výztuže v tomto průřezu,

$A_{s,req}$  je požadovaná plocha výztuže v tomto průřezu v mezním stavu únosnosti.

V rámci programu RCS je výhodnější spočítat  $\sigma_s$  přímo, než provádět návrh nutné průřezové plochy  $A_{s,prov}$ . Výpočet je v tomto případě rychlejší, přesnější a efektivnější.

Z následující tabulky můžeme určit hodnotu součinitele  $K$  v závislosti na nosné soustavě.

**Tabulka 7.4N – Základní poměry rozpětí k účinné výšce železobetonových prvků bez osového tahu**

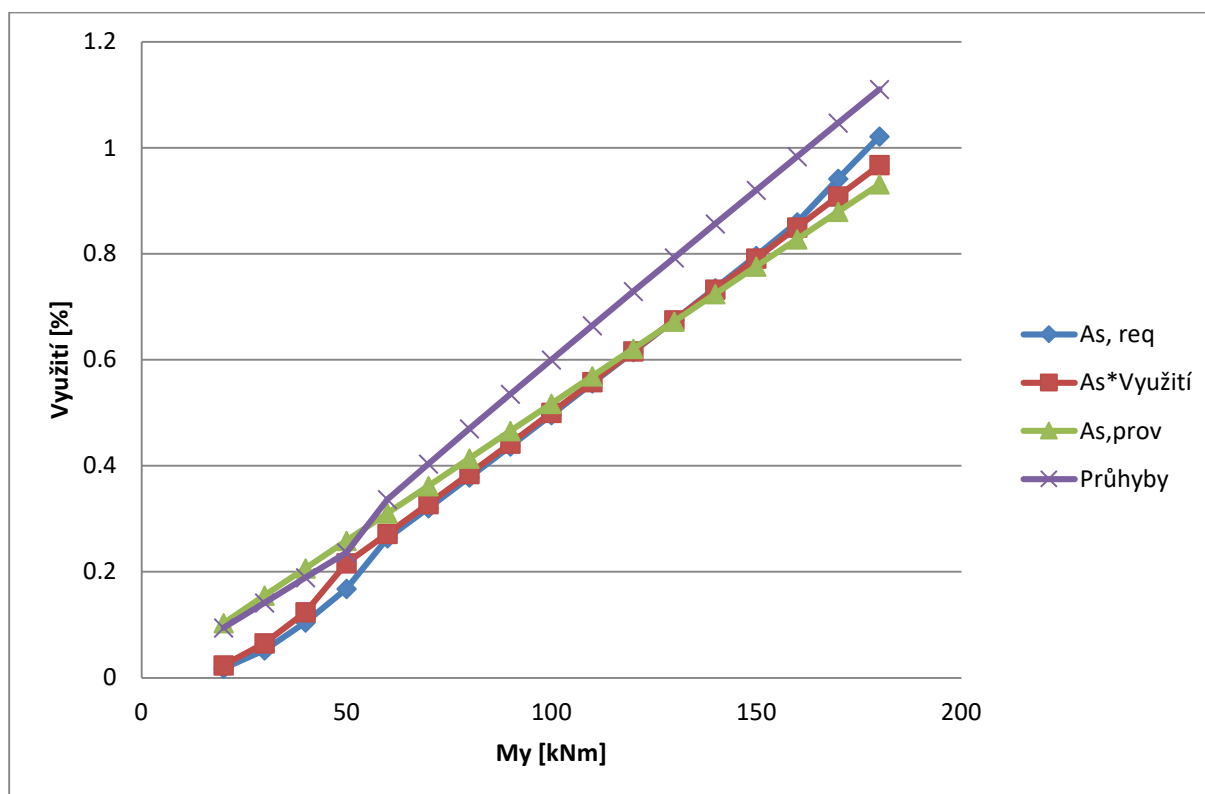
| Nosná soustava  | $K$ | Silně namáhaný beton<br>$\rho = 1,5 \%$ | Slabě namáhaný beton<br>$\rho = 0,5 \%$ |
|---|-----|---|---|
| prostě podepřený nosník, prostě podepřená deska nosná v jednom nebo ve dvou směrech   | 1   | 14                                      | 20                                      |
| krajní pole spojitého nosníku nebo spojitě desky nosné v jednom směru nebo desky nosné ve dvou směrech spojitě v delší straně | 1,3 | 18                                      | 26                                      |
| vnitřní pole nosníku nebo desky nosné v jednom směru nebo desky nosné ve dvou směrech   | 1,5 | 20                                      | 30                                      |
| deska lokálně podepřená (rozhoduje delší rozpětí)   | 1,2 | 17                                      | 24                                      |
| Konzola   | 0,4 | 6                                       | 8                                       |

POZNÁMKA Uvedené hodnoty lze považovat obecně za konzervativní; výpočtem lze často prokázat, že jsou možné štíhlejší prvky.

POZNÁMKA U desek nosných ve dvou směrech se má posouzení provést pro kratší rozpětí. U desek lokálně podepřených se při posouzení má uvažovat delší rozpětí.

POZNÁMKA Uvedené mezní hodnoty pro lokálně podepřené desky odpovídají mírnějšímu omezení než je průhyb uprostřed pole  $1/250$  rozpětí vztahovaný ke sloupům. Zkušenosti ukazují, že toto omezení je vyhovující.

### 2.4.2. Parametrická studie - výpočet poměru rozpětí k účinné výšce průřezu s uvažováním různých typů výztuže



V rámci této studie bylo zvyšováno zatížení v rozmezí 20-200 kNm, přičemž byly sledovány hodnoty využití průřezu z hlediska průhybů a poměr rozpětí k účinné výšce průřezu. U průhybu bylo počítáno využití jako  $w/w_{lim}$ , přičemž limitní hodnota průhybu byla spočtena jako  $1/250$  rozpětí nosníku  $l_{eff}$ . U dalších křivek byly hodnoty využití spočteny jako poměr rozpětí k účinné výšce průřezu k meznímu poměru rozpětí k účinné výšce průřezu, stanoveného dle vztahů 7.16a a 7.16b [2]. V rámci výpočtu mezního poměru rozpětí k účinné výšce průřezu byly v rámci výpočtu požadovaného stupně vyztužení brány různé plochy výztuže.  $A_{s, req}$  – nutná průřezová plocha výztuže pro přenesení zatížení v mezním stavu únosnosti,  $A_{s*vyuziti}$  – průřezová plocha výztuže vynásobená využitím průřezu spočteného z interakčního diagramu,  $A_{s, prov}$  – zadaná průřezová plocha výztuže. Z důvodu rychlosti a akceptovatelnosti výpočtu, byl zvolen výpočet na základě plochy  $A_{s*vyuziti}$ , který se blíží výpočtu založeného na  $A_{s, req}$  dle [2]

### 2.4.3. Posouzení průhybu výpočtem

Posouzení průhybu výpočtem, lze u jednoduchých (staticky určitých) konstrukcí provádět přímým výpočtem dosazením tuhosti do analyticky odvozených vzorců, kde tuhosti jsou spočteny v extrémně namáhaných řezech nosníků.

Další, obecné metody vycházejí z MKP, kde lze určit průhyby na obecných výpočtových modelech s obecným zatížením. Nejjednodušší metoda spočívá pouze v jednom lineárním kroku výpočtu s upravenými tuhostmi v jednotlivých konečných prvcích. Tuhosti lze určit programem RCS, viz níže. Další metody jsou již nelineární, zohledňující nejen nelineární chování betonu, plasticitu ale i např. účinky druhého řádu. Tyto metody jsou ovšem iterační, časově náročné a ne vždy je zaručena konvergence. Všechny z již zmíněných metod ovšem zahrnují výpočet tuhostí, které program RCS poskytuje.

### 2.4.3.1. Výpočet tuhostí na nepotrhaném průřezu

Předpoklady řešení:

- dle předpokladů 2.1 – nepotrhaný průřez,
- do výpočtu je brán sečnový modul pružnosti  $E_{cm}$

$$\begin{aligned} \text{osová tuhost} & EA_{xI} = A_i E_{cm}, \\ \text{ohybová tuhost} & EI_{yI} = I_{yi} E_{cm}, \\ \text{ohybová tuhost} & EI_{zI} = I_{zi} E_{cm}, \end{aligned}$$

kde  $A_i$  je plocha ideálního průřezu (plně působícího průřezu)  
 $I_{yi}, I_{zi}$  moment setrvačnosti průřezu vtažený k těžišti ideálního průřezu (plně působícího průřezu)

### 2.4.3.2. Výpočet tuhostí na plně nepotrhaném průřezu

Předpoklady řešení:

- dle předpokladů 2.1 – potrhaný průřez.
- do výpočtu je brán sečnový modul pružnosti  $E_{cm}$

$$\begin{aligned} \text{osová tuhost} & EA_{xII} = A_i E_{cm} \\ \text{ohybová tuhost} & EI_{yII} = I_{yi} E_{cm} \\ \text{ohybová tuhost} & EI_{zII} = I_{zi} E_{cm} \end{aligned}$$

kde  $A_i$  je plocha ideálního průřezu (bez vyloučeného betonu v tahu),  
 $I_{yi}, I_{zi}$  moment setrvačnosti průřezu vztahovaný k těžišti ideálního průřezu (bez vyloučeného betonu v tahu).

### 2.4.3.3. Výpočet výsledných tuhostí

Výsledná tuhost odpovídá mezilehlému stavu mezi stavem bez trhlin 2.4.2.2 a stavem s plně rozvinutými trhlinami 2.4.2.3. Pro prvky namáhané převážně ohybem je odpovídající předpoklad chování vyjádřen vztahem dle (7.18) [2]:

$$\alpha = \zeta \alpha_{II} + (1 - \zeta) \alpha_I,$$

kde

- $\alpha$  je uvažovaná přetvárná veličina, např. poměrné přetvoření, křivost nebo pootočení,
- $\alpha_I, \alpha_{II}$  jsou hodnoty parametru vypočteného pro stav bez trhlin a s plně rozvinutými trhlinami,
- $\zeta$  rozdělovací součinitel (kterým se umožňuje zohlednit tahové zpevnění průřezu) daný následujícím vztahem:

$$\zeta = 1 - \beta \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2,$$

- $\zeta = 0$  pro průřezy bez trhlin,
- $\beta$  je součinitel, kterým se zohledňuje vliv doby trvání nebo opakování zatížení na průměrnou hodnotu poměrného přetvoření:
  - = 1,0 při jednorázovém krátkodobě působícím zatížení,
  - = 0,5 při dlouhodobě působícím nebo mnohonásobně opakovaném zatížení,

- $\sigma_s$       napětí v tahové výztuži vypočtené pro průřez s trhlinami,  
 $\sigma_{sr}$      napětí v tahové výztuži vypočtené pro průřez s trhlinami při zatížení způsobujícím vznik prvních trhlin.

Při dlouhodobých zatíženích vyvolávajících dotvarování lze celkovou deformaci včetně dotvarování stanovit použitím účinného modulu pružnosti betonu podle vztahu:

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)}$$

kde  $\varphi(\infty, t_0)$  je součinitel dotvarování pro příslušné zatížení a časový interval (viz 3.1.4).

Dlouhodobé tuhosti se spočtou dle následujících článků 2.4.2.1, 2.4.2.2 a 2.4.2.3 jen s tím rozdílem, že v předpokladech výpočtu je sečnový modul pružnosti  $E_{cm}$  nahrazen efektivním modulem pružnosti  $E_{c,eff}$

#### Tuhost průřezu pro účinky krátkodobě působícího zatížení

| Typ                        | N<br>[ kN ]              | M <sub>y</sub><br>[ kNm ]  | M <sub>z</sub><br>[ kNm ]  | EI <sub>y</sub><br>[ MNm <sup>2</sup> ] | EI <sub>z</sub><br>[ MNm <sup>2</sup> ] | EA <sub>x</sub><br>[ MN ] |
|----------------------------|--------------------------|----------------------------|----------------------------|---|---|---------------------------|
| výsledek                   | 0,00                     | 100,00                     | 0,00                       | 25                                      | 11                                      | 1306                      |
| Typ                        | N <sub>r</sub><br>[ kN ] | M <sub>yr</sub><br>[ kNm ] | M <sub>zr</sub><br>[ kNm ] | EI <sub>y</sub><br>[ MNm <sup>2</sup> ] | EI <sub>z</sub><br>[ MNm <sup>2</sup> ] | EA <sub>x</sub><br>[ MN ] |
| průřez neporušený trhlinou | 0,00                     | 22,31                      | 0,00                       | 96                                      | 33                                      | 4346                      |
| Typ                        | N<br>[ kN ]              | M <sub>y</sub><br>[ kNm ]  | M <sub>z</sub><br>[ kNm ]  | EI <sub>y</sub><br>[ MNm <sup>2</sup> ] | EI <sub>z</sub><br>[ MNm <sup>2</sup> ] | EA <sub>x</sub><br>[ MN ] |
| průřez porušený trhlinou   | 0,00                     | 100,00                     | 0,00                       | 22                                      | 9                                       | 1147                      |

#### Mezivýsledky výpočtu tuhosti pro účinky krátkodobě působícího zatížení

| A <sub>s</sub><br>[ mm <sup>2</sup> ] | A <sub>st</sub><br>[ mm <sup>2</sup> ] | A <sub>sc</sub><br>[ mm <sup>2</sup> ] | ζ<br>[ - ] | β<br>[ - ] | σ <sub>sr</sub><br>[ MPa ] | σ <sub>ss</sub><br>[ MPa ] |
|---------------------------------------|--|--|------------|------------|----------------------------|----------------------------|
| 1414                                  | 785                                    | 628                                    | 0,95       | 1,00       | 71,02                      | 318,37                     |

#### Průřezové charakteristiky pro účinky krátkodobě působícího zatížení

| Typ                        | A<br>[ mm <sup>2</sup> ] | S <sub>y</sub><br>[ mm <sup>3</sup> ] | S <sub>z</sub><br>[ mm <sup>3</sup> ] | I <sub>y</sub><br>[ mm <sup>4</sup> ] | I <sub>z</sub><br>[ mm <sup>4</sup> ] | t <sub>y</sub><br>[ mm ] | t <sub>z</sub><br>[ mm ] | x<br>[ mm ] |
|----------------------------|--------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------|
| průřez neporušený trhlinou | 160439                   | -197182                               | 0                                     | 3529686915                            | 1229390434                            | 0                        | -1                       | 106         |
| průřez porušený trhlinou   | 42345                    | 6082726                               | 0                                     | 1670790108                            | 343688693                             | 0                        | 144                      | 106         |

#### Mezivýsledky výpočtu tuhosti pro účinky dlouhodobě působícího zatížení

| A <sub>s</sub><br>[ mm <sup>2</sup> ] | A <sub>st</sub><br>[ mm <sup>2</sup> ] | A <sub>sc</sub><br>[ mm <sup>2</sup> ] | ζ<br>[ - ] | β<br>[ - ] | σ <sub>sr</sub><br>[ MPa ] | σ <sub>ss</sub><br>[ MPa ] |
|---------------------------------------|--|--|------------|------------|----------------------------|----------------------------|
| 1414                                  | 785                                    | 628                                    | 0,96       | 0,50       | 98,04                      | 332,33                     |

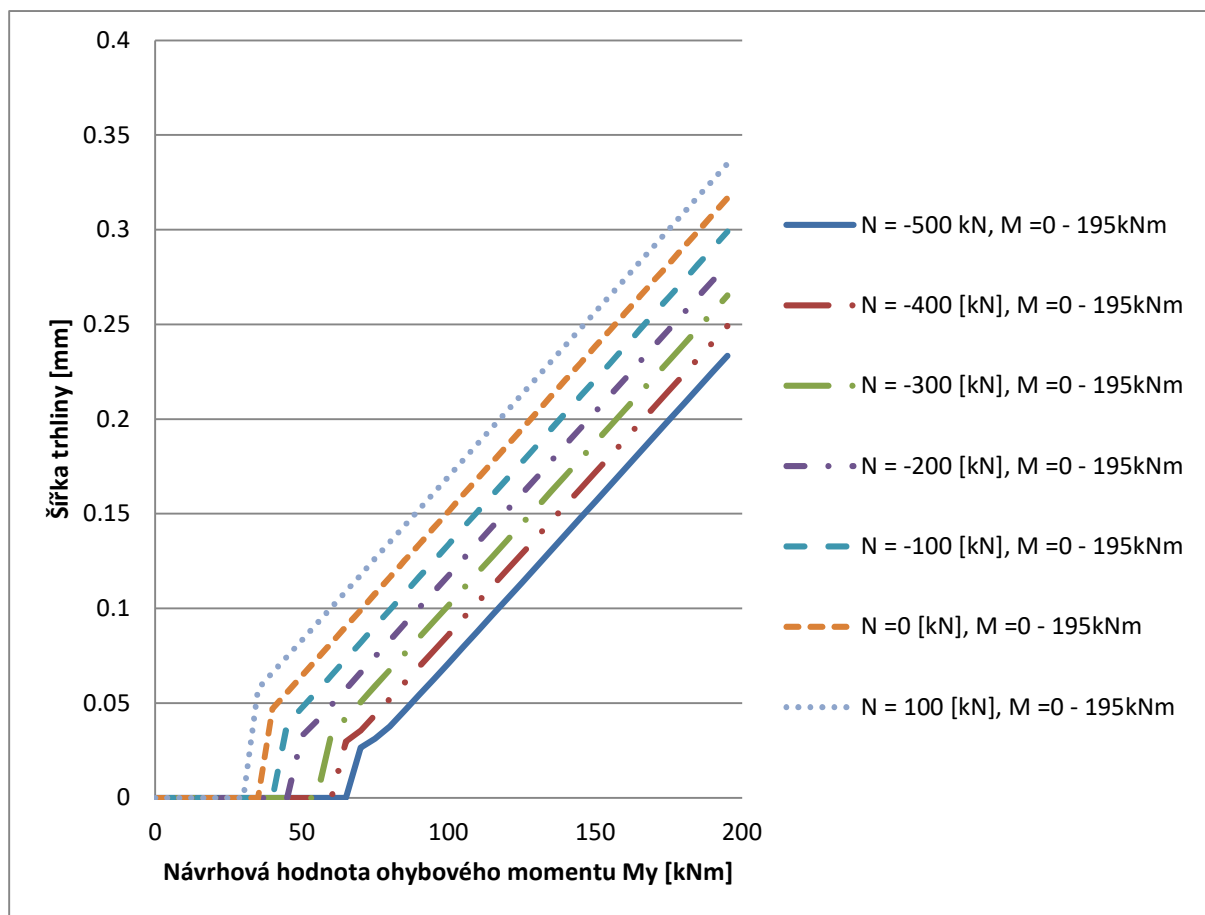
## 2.5. Parametrická studie vzniku a šířky trhlin

Pro následující parametrické studie jsme využili příklad dle obr. 2.2. Tento příklad je taktéž řešen ve sborníku verifikačních příkladů, kde je rovněž popis zadání příkladu.

### 2.5.1. Vznik a šířka trhliny v závislosti na zatížení

V rámci této části studie jsme se zaměřili na analýzu šířky trhlin v závislosti na změně působících vnitřních sil. Studie byla prováděna především s cílem ověřit výsledky řešení programu IDEA RCS na rozsáhlé sadě vstupních hodnot. Zároveň mohou výsledky studie posloužit pro hlubší pochopení souvislostí ve výpočtu šířky trhlin podle ČSN EN [2].

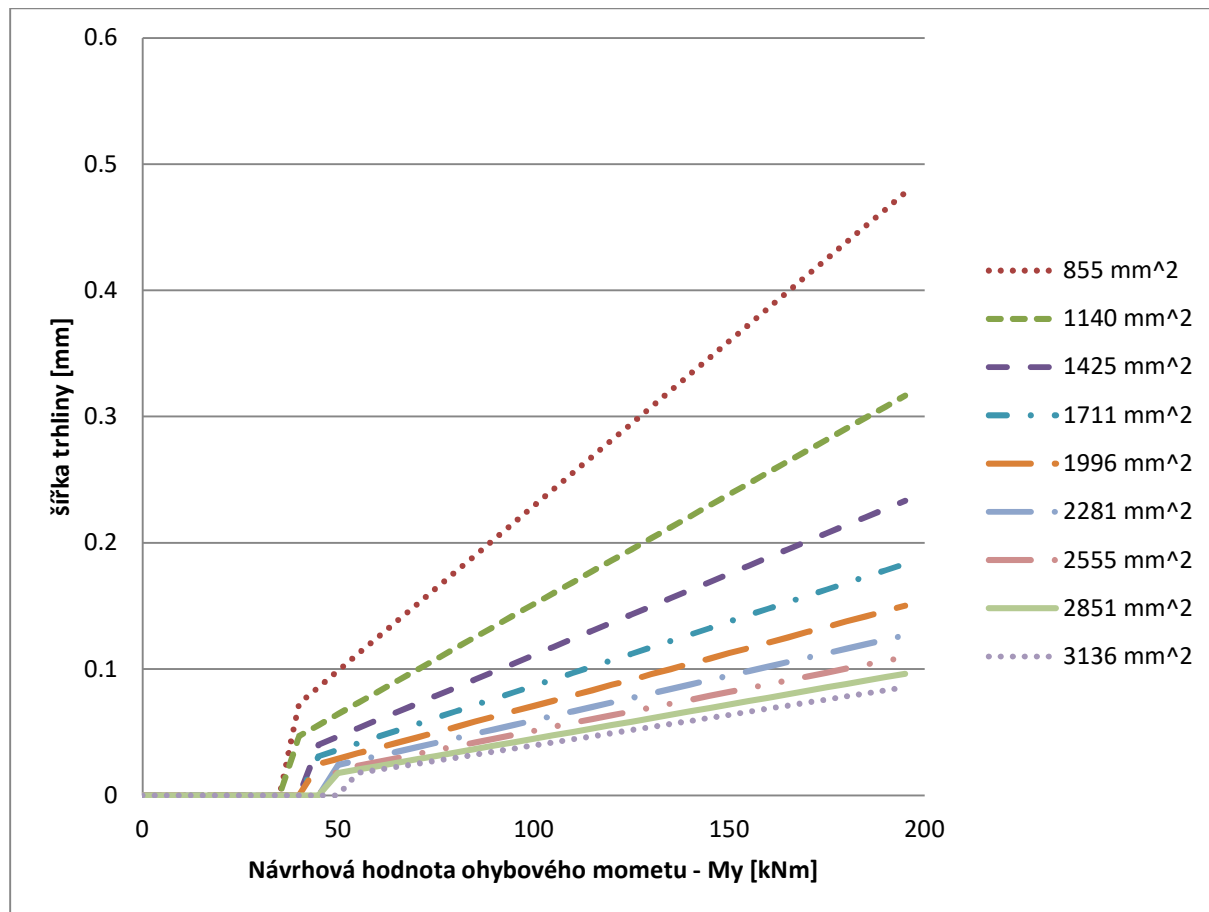
Změna vnitřních sil je prováděna v rozmezí 5 – 195 kNm, a to vždy v kombinaci s normálovou silou  $N = 100\text{kN}$  až  $-500\text{kN}$ . Průběh šířky trhliny je téměř lineární, průběhy jsou podobné. Při nárůstu normálové síly o konstantní přírůstek se projevuje konstantní nárůst šířky trhlin.



obr. 2.3 - Parametrická studie - vliv zatížení  $N, M$  na šířku trhliny

### 2.5.2. Vznik a šířka trhliny v závislosti na ploše tažené výztuže

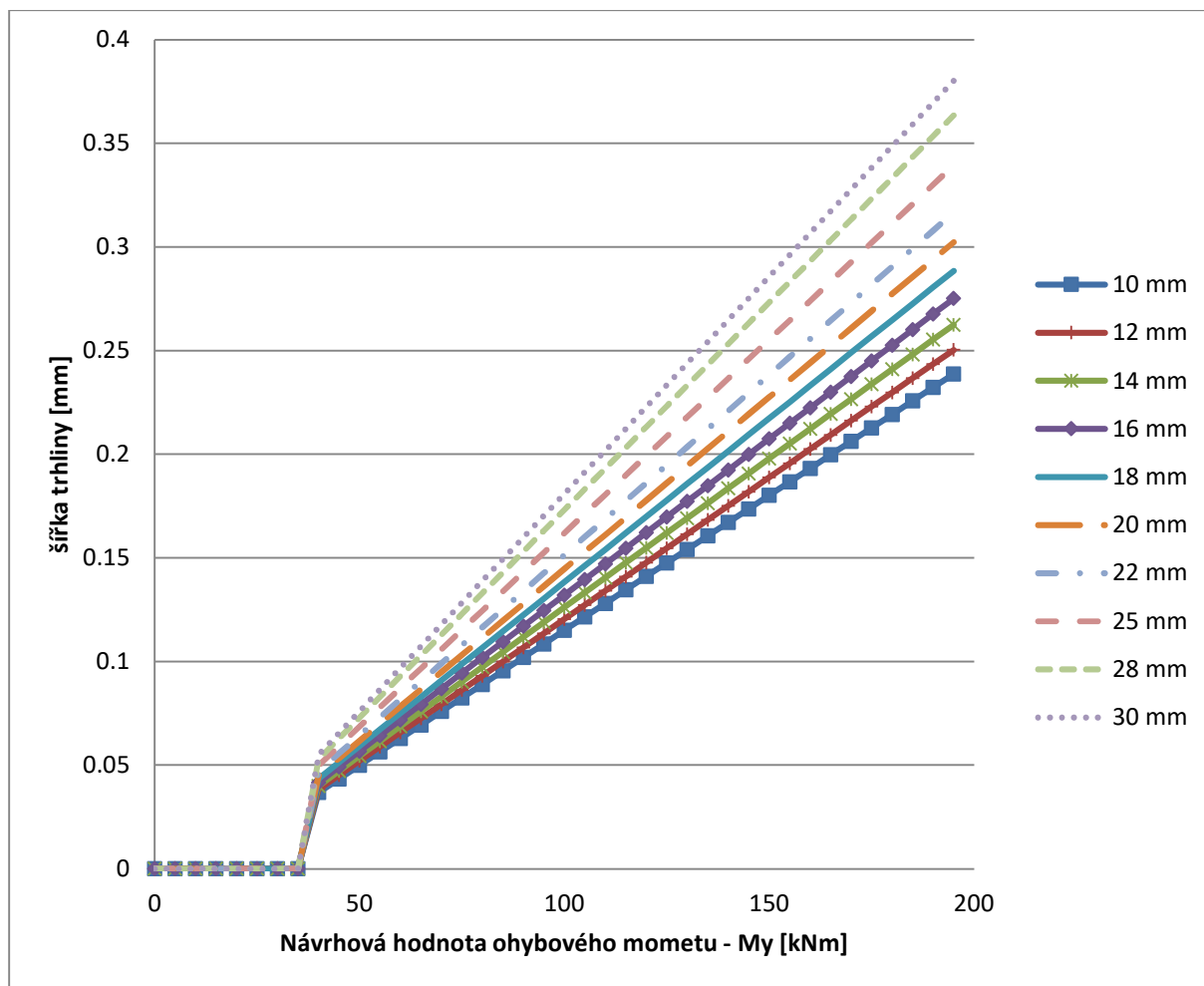
V rámci této studie byly měněny ohybové momenty od 0-195 kNm. Jak můžeme z grafu vidět, šířka trhliny se zmenšuje při zvětšování plochy výztuže. Zvětšováním plochy výztuže snižujeme napětí ve výztuži, což vede ke snížení šířky trhliny. Zvětšování šířky trhliny je téměř lineární se zvětšujícím se momentem.



obr. 2.4 - Parametrická studie - vliv plochy výztuže na šířku trhlin

### 2.5.3. Vznik a šířka trhliny v závislosti na změně profilu výztuže

V poslední parametrické studii jsme se zaměřili pouze na změnu profilu výztuže při zachování krytí a plochy výztuže. Z grafu lze vidět pozitivní vliv zmenšujícího se profilu na šířku trhlin



obr. 2.5 - Parametrická studie - vliv profilu výztuže na šířku trhliny

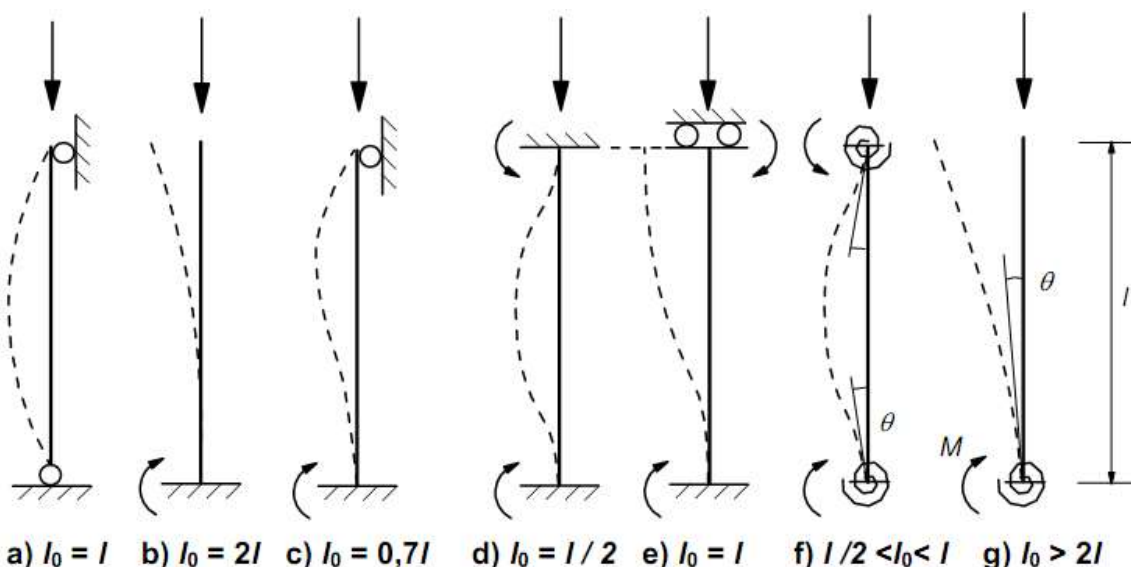
### 3. Analýza tlačných železobetonových prvků

#### 3.1. Obecně

Vliv nepřesnosti v geometrii a v poloze zatížení a účinky druhého řádu lze na analyzované konstrukci zohlednit lineárně pružnou analýzou deformované konstrukce nebo nelineární analýzou deformované konstrukce nebo lineární analýzou prvního řádu se zahrnutím účinků geometrických imperfekcí a účinků druhého řádu dle EN 1992. V dalším textu budeme popisovat metody, které lze uplatnit při posouzení průřezů tlačných prvků programem IDEA RCS.

#### 3.2. Účinná délka

Účinná délka (nebo též vzpěrná, kritická) je vzdálenost inflexních bodů deformovaného prutu při prvním tvaru vybočení, a tedy převádí různé typy uložení na kloubově uložený prut.



obr. 3.1 - Příklady různých tvarů vybočení a odpovídajících účinných délek pro osamělé prvky (převzato z [1])

U prvků pravidelných rámových konstrukcí lze účinnou délku  $l_0$  určit následovně podle čl. 5.8.3.2 (3) [1], vztahy (5.15) a (5.16):

- U ztužených prvků (viz obr. (f), kdy bráněno posunu obou konců prvku)

$$l_0 = 0,5 l \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0,45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0,45 + k_2}\right)}$$

- U neztužených prvků (viz obr. 3.1 (g))

$$l_0 = l \cdot \max \left\{ \sqrt{1 + 10 \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}} ; \left(1 + \frac{k_1}{0,45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0,45 + k_2}\right) \right\}$$

Poměrné poddajnosti v natočení konců prutu  $k_1$  a  $k_2$  se stanoví jako

$$k = (\theta/M) \cdot (EI/l),$$

kde  $\theta$  je pootočení upnutého prvku vyvozeno ohybovým momentem  $M$ ,



$EI$  ohybová tuhost tlačенého prvku.

V programu RCS lze zadat přímo účinné délky, případy a) až d) podle obr. 3.1 lze programem vypočítat.

### 3.3. Geometrické imperfekce

Imperfekce **musí** být uvažovány v **MSÚ** a **nemusí** být uvažovány v **MSP**.

#### 3.3.1. Postup výpočtu

Vychýlení od vswlice o úhel  $\theta_i$  podle EN 1992-1-1 čl. 5.2 (5), vztah (5.1)

$$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m,$$

kde  $\theta_0$  je základní hodnota vychýlení, doporučená hodnota je 1/200, minimální je 1/300,

$$\alpha_h \text{ redukční součinitel pro délku nebo výšku} \quad \alpha_h = 2/\sqrt{l} \text{ a } 2/3 \leq \alpha_h \leq 1,$$

$$\alpha_m \text{ redukční součinitel pro počet prvků} \quad \alpha_m = \sqrt{0,5(1 + 1/m)},$$

$l$  délka prvku nebo výška budovy (dle uvažovaného účinku) [m],

$m$  počet vswlých prvků přispívajících k celkovému účinku.

Podle EN 1992-2, čl. 5.2 (105) [2], je vychýlení definováno jako

$$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha_h,$$

kde  $\theta_0$  je základní hodnota, doporučená hodnota je 1/200

$$\alpha_h \text{ redukční součinitel na délku nebo výšku} \quad \alpha_h = 2/\sqrt{l} \text{ a } \alpha_h \leq 1$$

$l$  délka prvku nebo výška.

Účinek imperfekcí u **osamělých prvků** lze uvažovat dvěma způsoby

- Výstředností  $e_i = \theta_i l_0 / 2$ , kde  $l_0$  je účinná délka (tímto způsobem je uvažován účinek imperfekcí program RCS)
- Vodorovnou silou  $H_i$

- U neztužených prvků  $H_i = \theta_i N$

$$\text{Konzola: } M_i = N e_i = N \theta_i \frac{l_0}{2} = H_i \frac{l_0}{2}$$

- U ztužených prvků  $H_i = 2 \theta_i N$ , kde  $N$  je normálová síla

$$\text{Kloubové podepření: } M_i = N e_i = N \theta_i \frac{l_0}{2} = H_i \frac{l_0}{4}.$$

U **konstrukcí** může být účinek imperfekcí zohledněn vodorovnou silou

- $H_i = \theta_i (N_b - N_a)$  jako účinek na ztužující systém
  - $H_i = \theta_i (N_b + N_a) / 2$  jako účinek na stropní diafragma
  - $H_i = \theta_i N_a$  jako účinek na střešní diafragma
- kde  $N_a$  a  $N_b$  jsou osové síly.

Program RCS je program pro posouzení jednoho řezu, proto nelze rozlišit případy **konstrukcí** a **osamělých prvků**. Proto je uvažován účinek imperfekcí zásadně výstředností, která se získá z vychýlení  $\theta_i$  od vswlice  $e_i = \theta_i l_0 / 2$ .

### 3.4. Účinky druhého řádu

Přídavné účinky druhého řádu vznikají zatížením deformované konstrukce. Při výpočtu deformací konstrukce má být přihlédnuto k možnosti vzniku trhlin v betonu a k nelineárním materiálovým vlastnostem, nebo lze tyto jevy zohlednit uvažováním redukovaných hodnot tuhostí např. v metodě nominální tuhosti.

#### 3.4.1. Zanedbání účinků druhého řádu

Účinky druhého řádu lze zanedbat, jestliže:

1. Jejich účinek je menší než 10 % účinků prvního řádu (5.8.2 (6) [1]).
2. Štíhlost je menší limitní štíhlost,  $\lambda < \lambda_{lim}$  (5.8.3.1 (1) [1]).
3. Vzpěrná únosnost budovy jako celku je větší než celkové svislé zatížení (5.8.3.3 [1]) a kapitola 3.4.4 tohoto textu.

Program RCS kontroluje podmínky 1 a 2 a v případě, že jsou splněny, účinky druhého řádu se zanedbají.

#### 3.4.2. Štíhlostní kritérium pro osamělé prvky

Limitní štíhlost, která nám vymezuje rozhraní mezi štíhlými a masivními prvky, je dána vztahem, čl. 5.8.3.1 (1), vtaž (5.13) [1]

$$\lambda_{lim} = 20 \cdot A \cdot B \cdot C / \sqrt{n},$$

kde  $A = 1 / (1 + 0,2\varphi_{ef})$  (neznáme-li  $\varphi_{ef}$ , lze uvažovat  $A=0,7$ ),

$B = \sqrt{1 + 2\omega}$  (neznáme-li  $\omega$ , lze uvažovat  $B=1,1$ ),

$C = 1,7 - r_m$  (neznáme-li  $r_m$ , lze uvažovat  $C=0,7$ ),

$\varphi_{ef}$  účinný součinitel dotvarování,

$\omega = A_s f_{yd} / (A_c f_{cd})$  mechanický stupeň vyztužení,

$A_s$  celková plocha podélné výztuže,

$A_c$  plocha betonového průřezu,

$n = N_{Ed} / (A_c f_{cd})$  poměrná normálová síla,

$r_m = M_{01} / M_{02}$  poměr koncových momentů,

$M_{01}, M_{02}$  koncové momenty prvního řádu a platí  $|M_{02}| \geq |M_{01}|$ .

Hodnota  $r_m$  má být uvažována v následujících případech rovna 1,0:

- Pro ztužené prvky, ve kterých účinky momentů prvního řádu vznikají pouze nebo převážně v důsledku imperfekcí nebo příčných zatížení
- Obecně pro neztužené prvky

#### 3.4.3. Štíhlost osamělých prvků

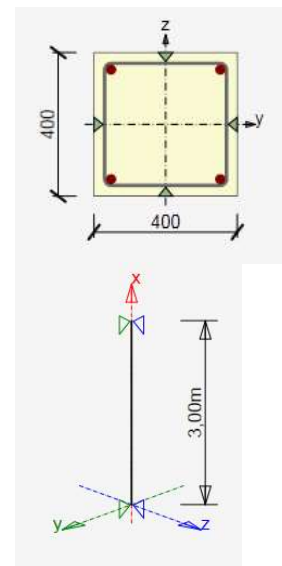
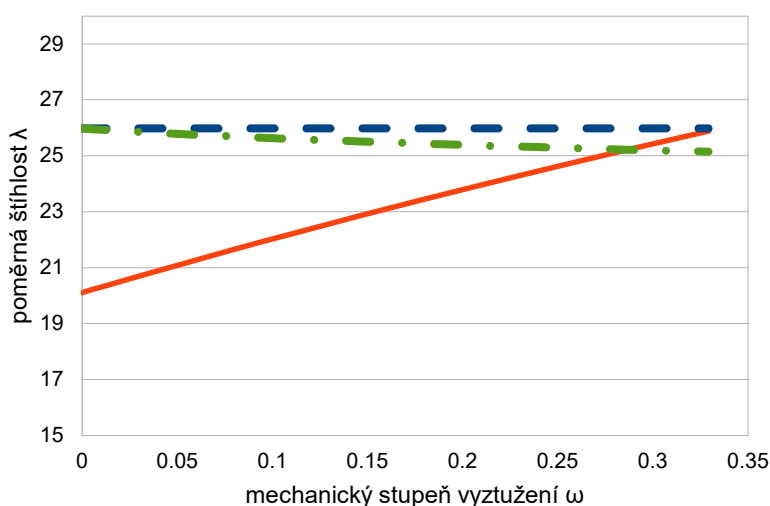
Štíhlostní poměr prutu charakterizuje průřezové parametry prutu a jeho podepření.

$$\lambda = \frac{l_0}{i},$$

kde  $l_0$  je účinná délka

$i$  poloměr setrvačnosti betonového průřezu bez trhlin.

Norma uvádí, že se má pro výpočet štíhlostního poměru uvažovat betonový průřez neporušený trhlinami. Vyztužení průřezu většinou nebývá v okamžiku posuzování štíhlosti v praxi k dispozici. Použitím ideálního průřezu pro výpočet poloměru setrvačnosti by bylo možné vyhnout se výpočtu účinků druhého řádu u širší třídy úloh. Výsledky studie konkrétního případu sloupu ukazují, že v případě ideálního průřezu je limitní štíhlost dosažena již od stupně vyztužení 0,29, v případě betonového průřezu pak od stupně 0,33, viz obr. 3.2. V programu RCS se na straně bezpečné uvažuje betonový průřez.



obr. 3.2 - Porovnání štíhlosti betonového a ideálního průřezu

### 3.4.4. Globální účinky druhého řádu u pozemních staveb

Globální účinky druhého řádu u pozemních staveb mohou být zanedbány, pokud vzpěrná pevnost budovy jako celku je větší než celkové svislé zatížení, podle článku 5.8.3.3 [1], vztah (5.15):

$$F_{V,Ed} \leq k_1 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1,6} \cdot \frac{\sum E_{cd} I_c}{L^2},$$

kde  $F_{V,Ed}$  je celkové svislé zatížení (ztužených a ztužujících prvků),

$n_s$  počet podlaží,

$L$  celková výška stavby nad úrovní vetknutí,

$E_{cd}$  návrhová hodnota modulu pružnosti betonu,

$I_c$  moment setrvačnosti bet. průřezu (neporušeného trhlinami) ztužujícího prvku.

Doporučená hodnota součinitele  $k_1$  je 0,31.

Výše uvedený vztah je platný pouze při splnění následujících podmínek:

- Konstrukce je torzně stabilní, tj. je přibližně symetrická
- Celkové smykové deformace jsou zanedbatelné (ztužující systém se skládá především ze smykových stěn bez velkých otvorů)
- Ztužující prvky jsou tuze vetknuté do základu, tj. pootočení jsou zanedbatelná

- Tuhost ztužujících prvků je po výšce přibližně konstantní
- Celkové svislé zatížení vzrůstá přibližně stejně po jednotlivých podlažích

Možnost zanedbat globální účinky druhého řádu u pozemních staveb není v programu RCS posuzována.

### 3.4.5. Dotvarování

Účinek dotvarování lze zohlednit pomocí účinného součinitele, čl. 5.8.4 (2), vztah (5.19)

$$\varphi_{ef} = \varphi_{(\infty, t_0)} M_{0Eqp} / M_{0Ed}$$

kde  $\varphi_{(\infty, t_0)}$  je konečný součinitel dotvarování v čase nekonečno,

$M_{0Eqp}$  ohybový moment prvního řádu od kvazistálé kombinace zatížení,

$M_{0E}$  ohybový moment prvního řádu od návrhové kombinace zatížení.

Tento vliv dotvarování může být zanedbán při splnění následujících podmínek:

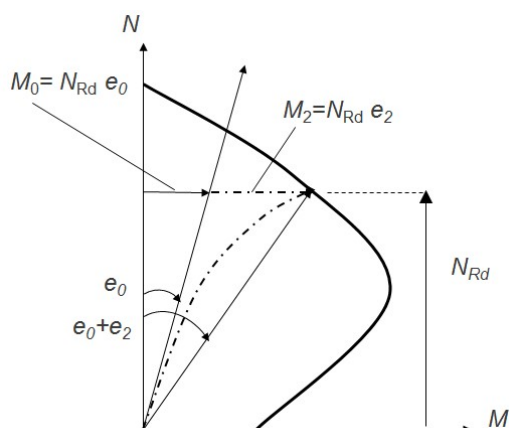
- $\varphi_{(\infty, t_0)} \leq 2$ ,
- $\lambda \leq 75$ ,
- $M_{0Ed} / N_{Ed} \geq h$ , kde  $h$  je rozměr průřezu v odpovídajícím směru.

Pokud vyhoví kritéria pro zanedbání účinků druhého řádu, viz 3.4.1, bod (1) nebo (3), může být současné zanedbání účinku dotvarování v případě, kdy je mechanický stupeň vyztužení  $\omega$  menší než 0,25, velmi nekonzervativní. Proto v případě, kdy program RCS vypočte účinný součinitel roven nule a zároveň jsou účinky druhého řádu menší než 10 % účinků prvního řádu (tj. lze je zanedbat), je vhodné zvýšit mechanický stupeň vyztužení  $\omega$  nad hodnotu 0,25.

### 3.4.6. Metody analýzy

Norma uvádí tyto metody výpočtu účinků druhého řádu:

- Obecná metoda, která je založena na nelineární analýze zahrnující geometrickou nelinearitu
- Metoda založená na jmenovité tuhosti, viz 3.4.7.
- Metoda založená na jmenovité křivosti, viz 3.4.8.



obr. 3.3 – Zobrazení účinků druhého řádu v interakčním diagramu

### 3.4.7. Metoda jmenovitých tuhostí (5.8.7 [1])

Metoda má definovat tuhost prvku tak, aby se na přepočtené ohybové momenty prvního řádu mohl posoudit mezní stav únosnosti, tj. zahrnout vliv účinků druhého řádu. Metoda uvažuje vliv geometrické nelinearity, ale předpokládá lineární chování materiálu.

Jmenovitou tuhost štíhlých prvků libovolného průřezu lze spočítat jako (čl. 5.8.7.2 (1) [1]):

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s,$$

kde  $E_{cd}$  je návrhová hodnota modulu pružnosti betonu,  $E_{cd} = E_{cm}/\gamma_{cE}$ ,  $\gamma_{cE} = 1,2$ ,

$I_c$  moment setrvačnosti betonového průřezu,

$E_s$  návrhová hodnota modulu pružnosti výztuže,

$I_s$  moment setrvačnosti výztuže vztažený k těžišti betonového průřezu,

$K_c$  součinitel zohledňující chování betonu jako účinky trhlin, dotvarování, atd.,

$K_s$  součinitel zohledňující příspěvek výztuže.

Následující součinitele  $K_s$  a  $K_c$  lze použít, pokud geometrický stupeň vyztužení  $\rho \geq 0,002$ :

$$K_s = 1,$$

$$K_c = k_1 k_2 / (1 + \varphi_{ef}),$$

kde  $\rho = A_s/A_c$  je geometrický stupeň vyztužení

$A_s$  celková plocha výztuže,

$A_c$  plocha betonového průřezu,

$\varphi_{ef}$  účinný součinitel dotvarování

$k_1 = \sqrt{f_{ck}/20}$  součinitel závisející na pevnostní třídě betonu,  $f_{ck}$  v MPa,

$k_2 = n \cdot \lambda/170$  součinitel závisející na normálové síle a štíhlosti,  $k_2 \leq 0,2$ ,

$n = N_{Ed}/A_c f_{cd}$  poměrná normálová síla,

$\lambda$  štíhlost, viz 3.4.3.

Pokud geometrický stupeň vyztužení  $\rho \geq 0,01$ , lze zjednodušeně použít následující součinitele:

$$K_s = 0,$$

$$K_c = 0,3/(1 + 0,5\varphi_{ef}).$$

Tento alternativní postup je vhodné použít pouze pro první přiblížení, např. při návrhu výztuže.

Moment druhého řádu

$$M_2 = M_{0Ed} \frac{\beta}{(N_B/N_{Ed}) - 1},$$

kde  $M_{0Ed}$  je moment prvního řádu s vlivem imperfekcí,

$\beta$  součinitel závisející na rozdělení momentů prvního a druhého řádu,

$N_{Ed}$  návrhová hodnota osového zatížení,

$N_B$  vzpěrné břemeno stanovené na základě jmenovité tuhosti,  $N_B = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2}$ .

Celkový návrhový moment s účinky druhého řádu, čl. 5.8.7.3 (1), vztah (5.28) [1]

$$M_{Ed} = M_{0E} + M_2 = M_{0Ed} \left[ 1 + \frac{\beta}{(N_B/N_{Ed}) - 1} \right],$$

U osamělých prvků s konstantním průřezem a normálovým zatížením lze součinitel  $\beta$  určit jako

$$\beta = \pi^2 / c_0$$

kde  $c_0$  je součinitel závislý na průběhu momentu prvního řádu, pro konstantní moment prvního řádu je  $c_0 = 8$ , pro parabolický  $c_0 = 9,6$  a pro symetrický trojúhelníkový průběh je  $c_0 = 12$

### 3.4.8. Metoda jmenovitých křivostí (5.8.8 [1])

Tato metoda stanovuje křivost odpovídající průhybu od účinků druhého řádu. Je vhodná pro osamělé prvky s konstantní normálovou silou.

Návrhový moment podle čl. 5.8.8.2 [1]

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2,$$

kde  $M_{0E}$  je moment prvního řádu s vlivem imperfekcí,

$M_2 = N_{Ed} e_2$  jmenovitý moment druhého řádu,

$N_{Ed}$  návrhová hodnota normálové síly,

$e_2 = \left(\frac{1}{r}\right) l_0^2 / c$  průhyb od účinků druhého řádu,

$1/r$  křivost,

$l_0$  účinná délka, viz 3.2,

$c$  součinitel závislý na rozdělení křivosti, běžně se používá  $c=10$  ( $\approx \pi^2$ ).

Křivost pro prvky s konstantním symetrickým průřezem (včetně výztuže)

$$1/r = K_r \cdot K_\varphi \cdot 1/r_0,$$

kde  $K_r$  je opravný součinitel závislejší na normálové síle,

$K_\varphi$  součinitel zohledňující dotvarování,

$$1/r_0 = \varepsilon_{yd} / (0,45 d),$$

$$\varepsilon_{yd} = f_{yd} / E_s,$$

$d$  účinná výška,  $d = (h/2) + i_s$ , pokud je část výztuže umístěna v rovině rovnoběžné s ohybem,

$i_s$  poloměr setrvačnosti celkové plochy výztuže.

Součinitel  $K_r$  se má uvažovat

$$K_r = (n_u - n) / (n_u - n_{bal}) \leq 1,$$

kde  $n$  je poměrná normálová síla,  $n = N_{Ed} / (A_c f_{cd})$ ,

$$n_u = 1 + \omega,$$

- $n_{bal}$  hodnota  $n$  při maximální momentové únosnosti, lze použít hodnotu 0,4  
 $\omega$  mechanický stupeň vyztužení,  $\omega = A_s f_{yd} / (A_c f_{cd})$ ,  
 $A_s$  celková plocha výztuže,  
 $A_c$  plocha betonového průřezu.

Součinitel  $K_\varphi$  je definovaný jako

$$K_\varphi = 1 + \beta \varphi_{ef} \geq 1,$$

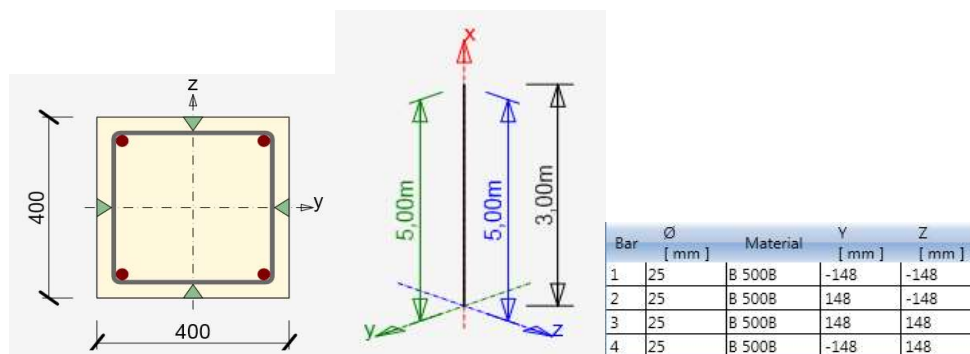
kde  $\varphi_{ef}$  je efektivní součinitel dotvarování, viz 3.4.5,

$$\beta = 0,35 + f_{ck}/200 - \lambda/150,$$

$\lambda$  poměrná štíhlost, viz 3.4.3,

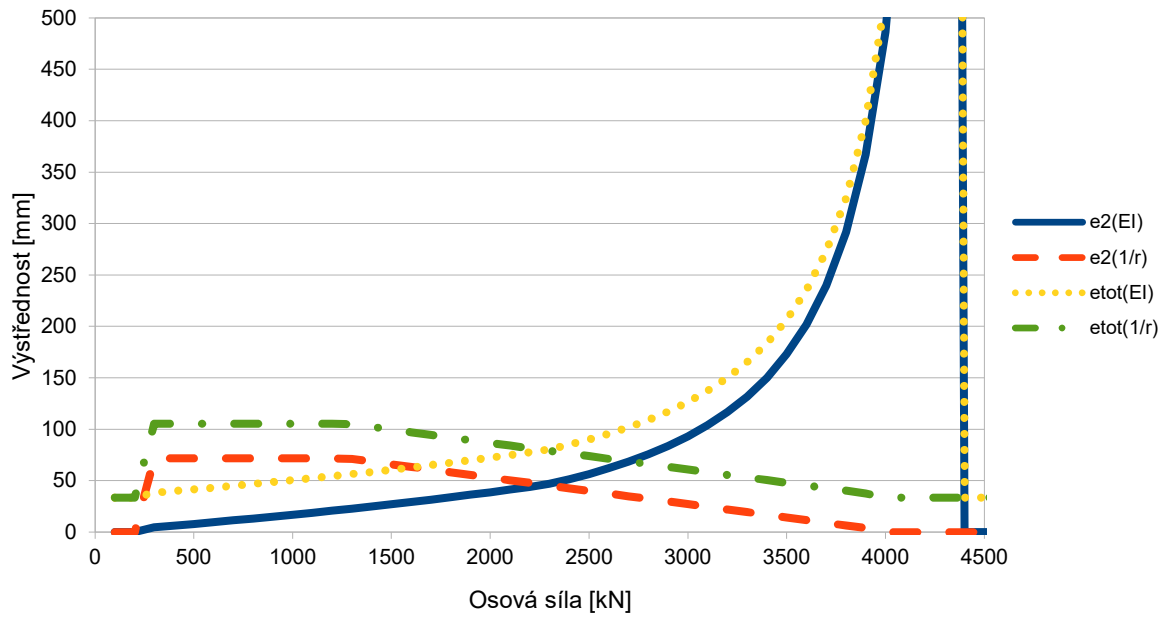
### 3.4.9. Porovnání metody jmenovitých tuhostí a jmenovitých křivostí

Z důvodu verifikace a stabilizace výše uvedených zjednodušených metod je zde uvedeno porovnání.

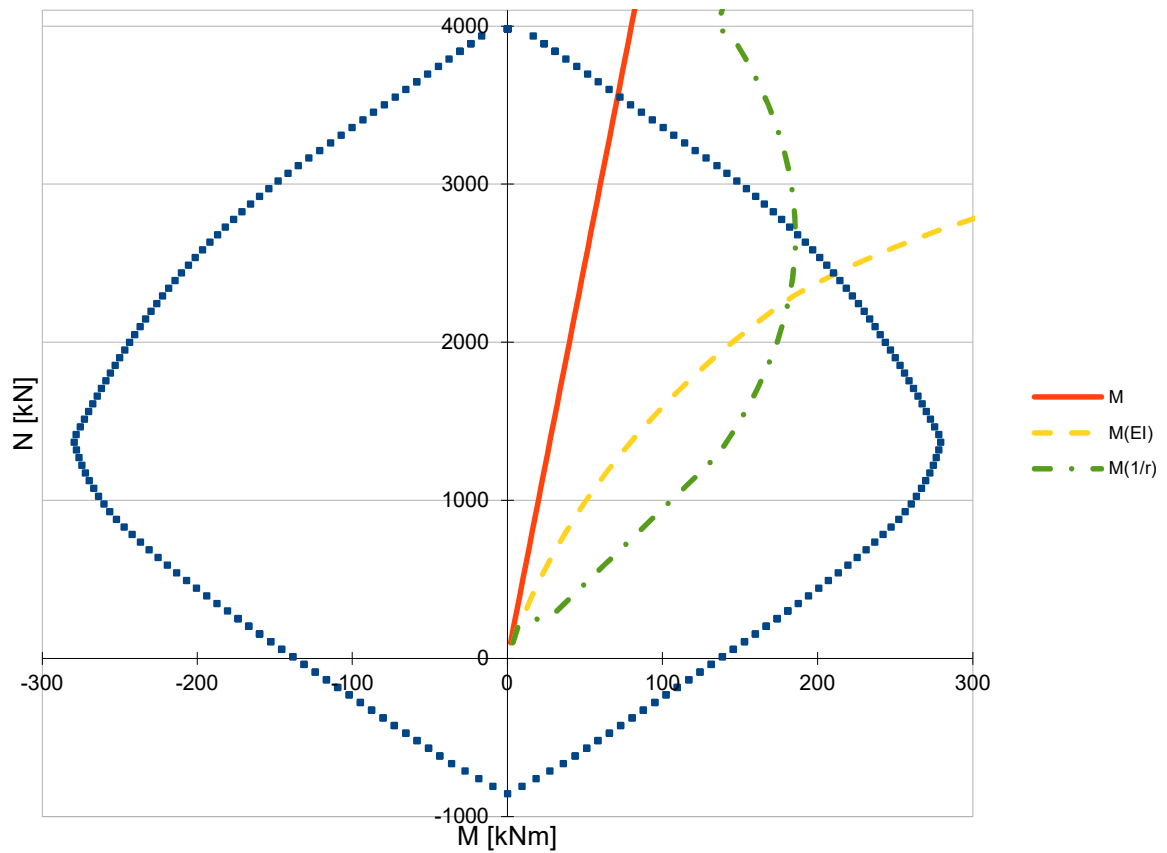


obr. 3.4 – Zadání konstrukce pro porovnání zjednodušených metod

Na obr. 3.5, obr. 3.7 a obr. 3.9 je vidět závislost účinků druhého řádu na osové síle. Byla uvažována konstantní lineární výstřednost 20, 100 a 200 mm. U metody jmenovitých tuhostí po překročení kritické síly dojde k nestabilitě konstrukce a metoda je ukončena. Na obr. 3.6, obr. 3.8 a obr. 3.10 je znázorněna únosnost průřezu a vynesena lineární výstřednost a tomu odpovídající účinky druhého řádu počítané zjednodušenými metodami.

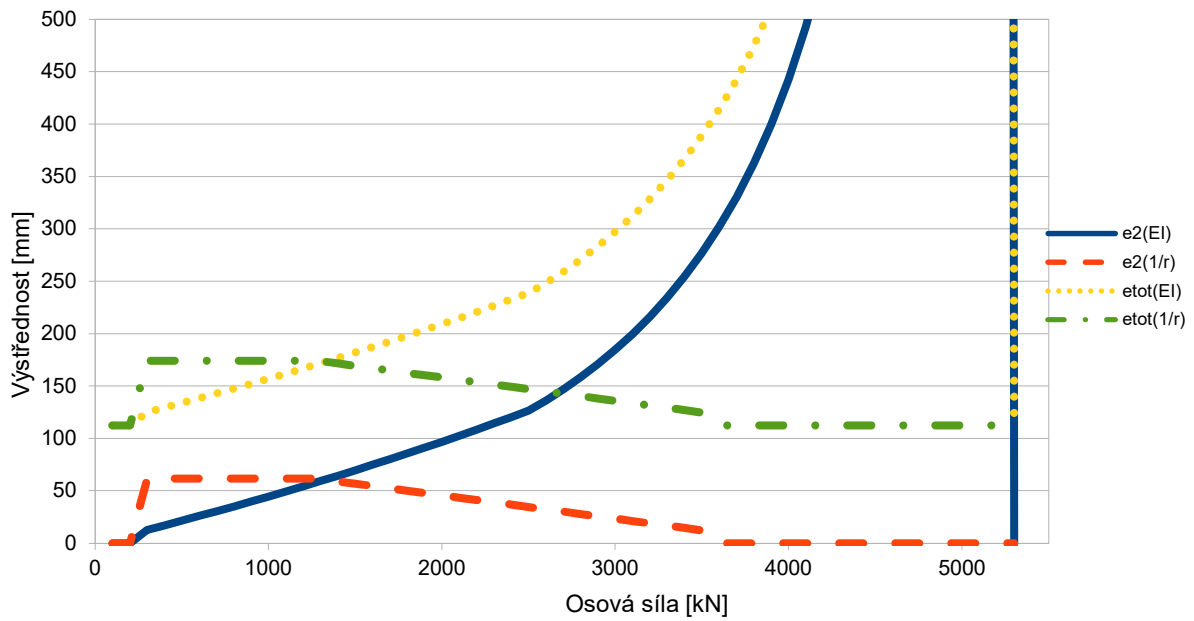


obr. 3.5 – Vliv velikosti osové síly na účinky druhého řádu pro konstantní lineární výstřednost 20 mm

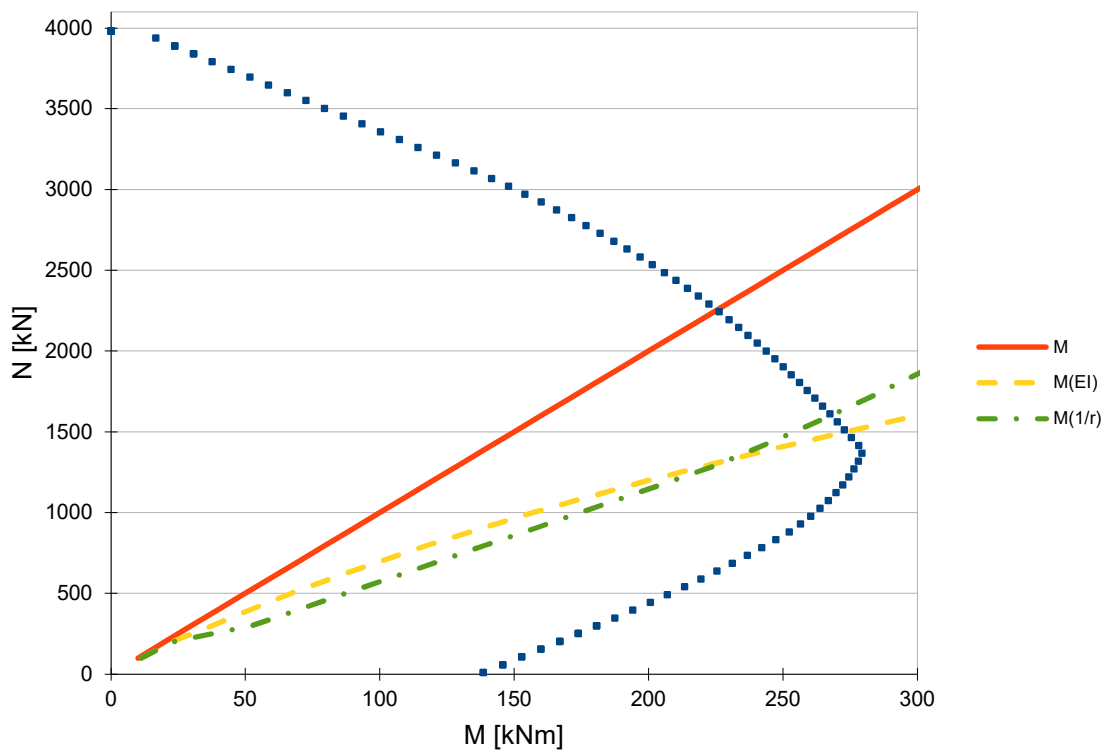


obr. 3.6 – Návrhové vnitřní síly pro konstantní lineární výstřednost 20 mm

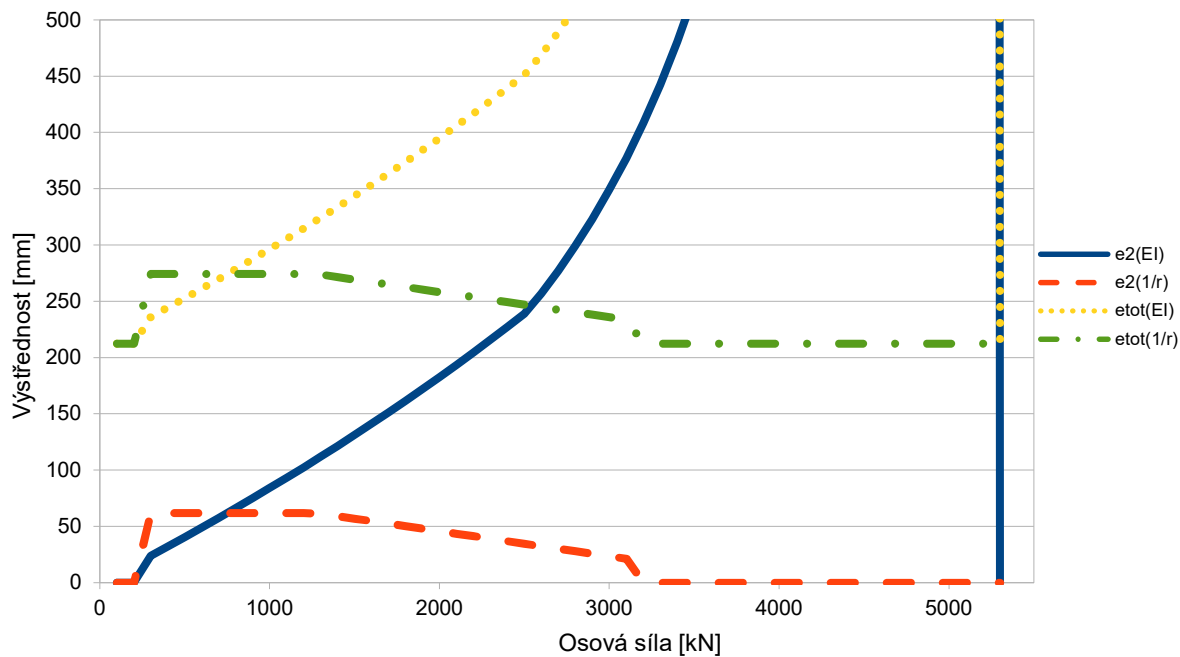




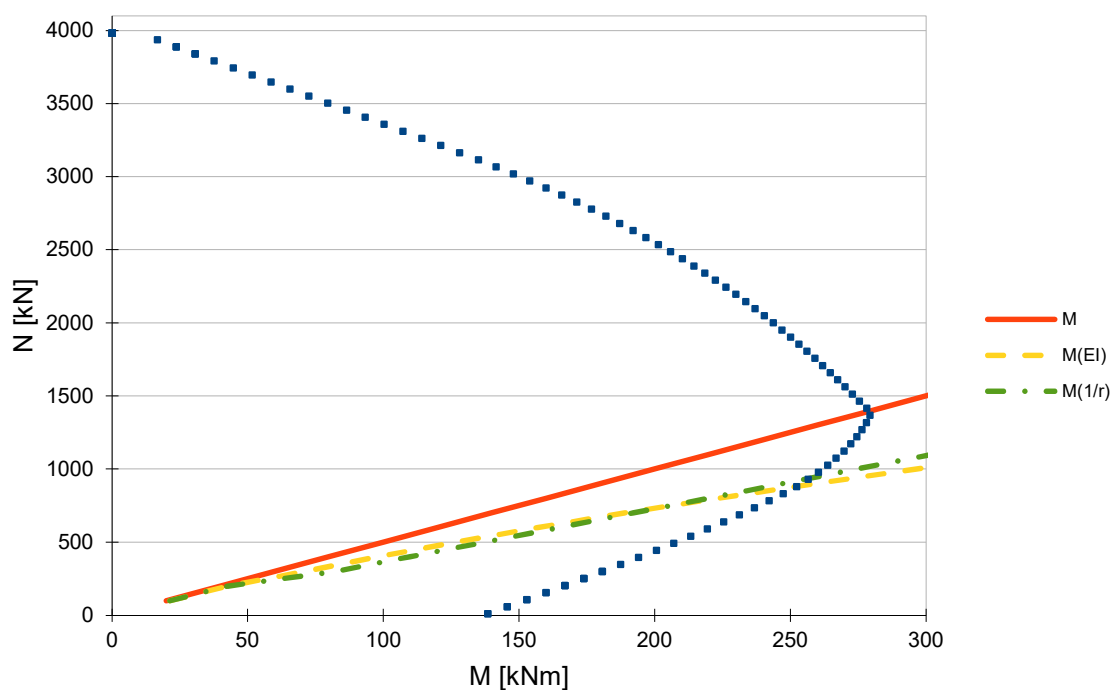
obr. 3.7 – Vliv velikosti osové síly na účinky druhého řádu pro konstantní lineární výstřednost 100 mm



obr. 3.8 – Návrhové vnitřní síly pro konstantní lineární výstřednost 100 mm

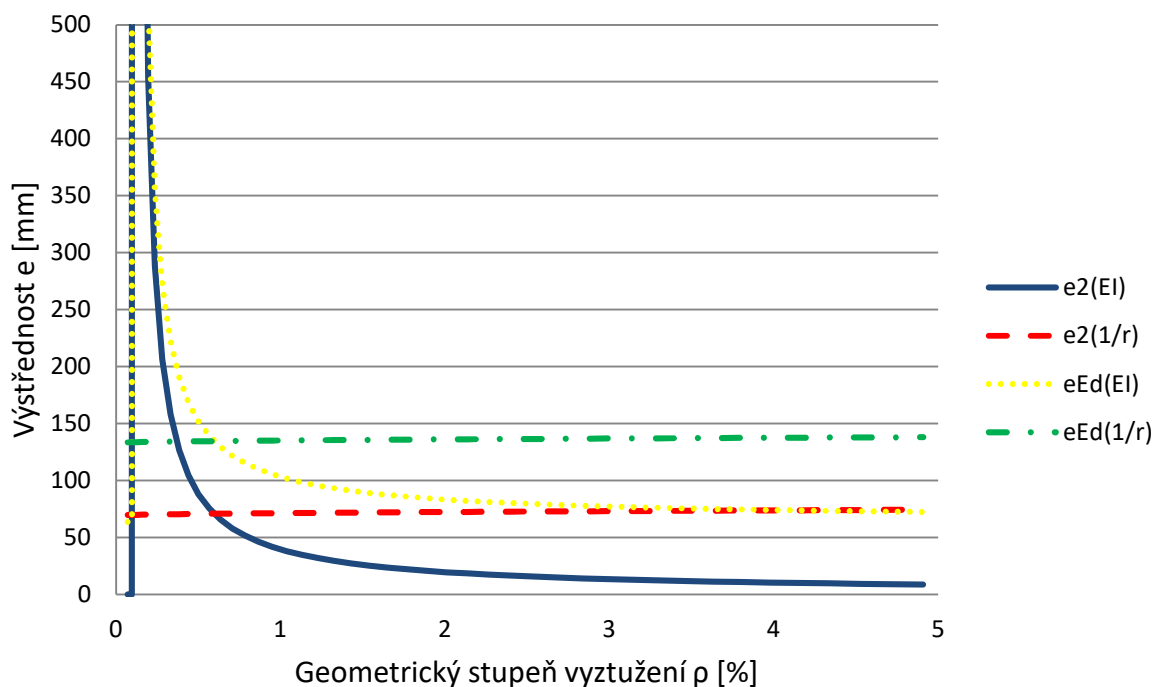


obr. 3.9 – Vliv velikosti osové síly na účinky druhého řádu pro konstantní lineární výstřednost 200 mm



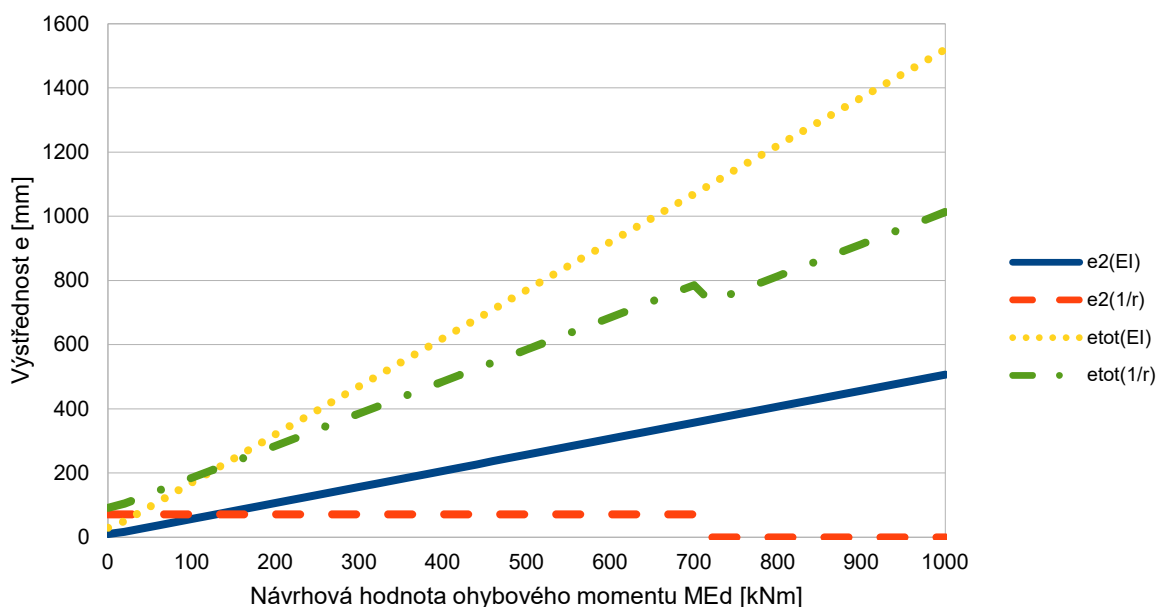
obr. 3.10 – Návrhové vnitřní síly pro konstantní lineární výstřednost 200 mm

Na obr. 3.11 je vliv účinků druhého řádu a konečné výstřednosti na stupni vyztužení. Prvek je zatížen konstantní tlakovou osovou silou 1000 kN a ohybovým momentem 50 kNm.



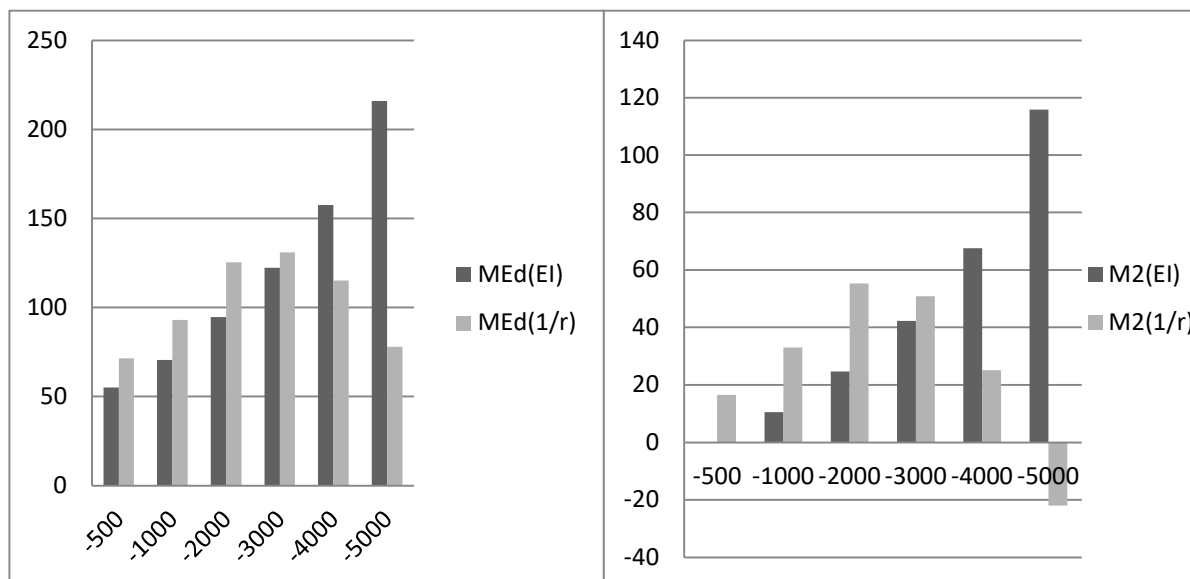
obr. 3.11 – Závislost účinků druhého řádu na stupni vyztužení

Vliv velikosti ohybového momentu na výstřednost s konstantní osovou silou 1000 kN. Na obrázku obr. 3.12 je vidět, že účinky druhého řádu vyčíslené metodou jmenovitých křivostí nezávisí na velikosti ohybového momentu.

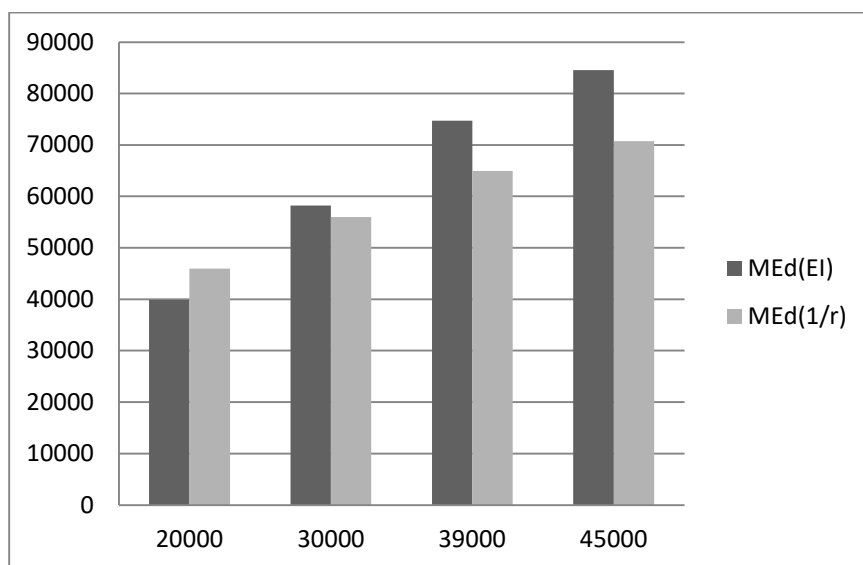


obr. 3.12 – Závislost účinků druhého řádu na stupni vyztužení

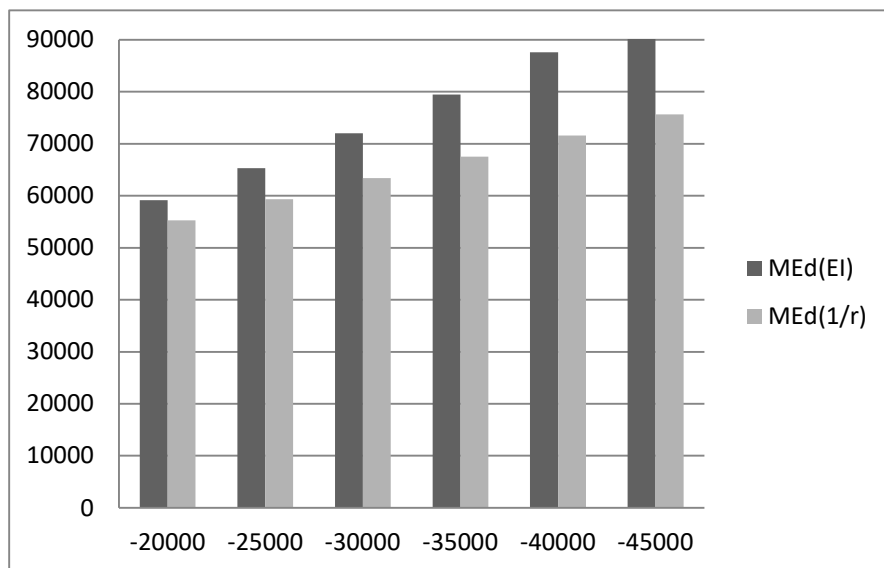
Následující obrázky porovnávají obě zjednodušené metody.



obr. 3.13 - Porovnání zjednodušených metod, čtvercový sloup, viz obr. 3.2



obr. 3.14 - Porovnání zjednodušených metod, závislost na ohybovém momentu, mostní pylon, délky 27 m



obr. 3.15 - Porovnání zjednodušených metod, závislost na osově síle, mostní pylon, délky 27 m

### 3.4.10. Dvouosé namáhání ohybem (5.8.9 [1])

Při použití zjednodušených metod výpočtu je dle normy nutno zkontrolovat dvouosé namáhání. Dle 5.8.9 (2) se mají účinky imperfekcí umístit do směru, kde budou mít nejnepříznivější účinek. Tzn. do směru větší štíhlosti, případně ve směru s větší excentricitou normálové síly. Princip přepočtu působivosti normálové síly je uveden v **poznámce**.

Výše uvedené pravidlo je uplatněno tehdy, pokud štíhlosti splňují následující dvě podmínky uvedené v [1] článek 5.8.9 (3), vztahy (5.38a) a (5.38b)

$$\lambda_y/\lambda_z \leq 2 \quad \text{a} \quad \lambda_z/\lambda_y \leq 2$$

a pokud poměrné výstřednosti  $e_y/h$  a  $e_z/b$  (viz obrázek 5.8 [2]) vyhovují následujícím podmínkám:

$$\frac{e_y/h_{eq}}{e_z/b_{eq}} \leq 0,2 \quad \text{nebo} \quad \frac{e_z/b_{eq}}{e_y/h_{eq}} \leq 0,2$$

kde  $b, h$  šířka a výška průřezu;

$$b_{eq} = i_y \sqrt{12} a h_{eq} = i_z \sqrt{12} \quad \text{pro ekvivalentní obdélníkový průřez;}$$

$\lambda_y, \lambda_z$  štíhlosti  $l_0/i$  ve směru osy  $y$ , respektive  $z$ ;

$i_y, i_z$  poloměry setrvačnosti k ose  $y$  respektive  $z$ ;

$e_z = M_{Edy} / N_{Ed}$ ; výstřednost ve směru osy  $z$ ;

$e_y = M_{Edz} / N_{Ed}$ ; výstřednost ve směru osy  $y$ ;

$M_{Edy}$  návrhový moment k ose  $y$ , zahrnující moment druhého řádu;

$M_{Edz}$  návrhový moment k ose  $z$ , zahrnující moment druhého řádu;

$N_{Ed}$  návrhová hodnota normálové síly v příslušné kombinaci zatížení.

Pokud výše uvedené podmínky nejsou splněny, tak se uvažuje dvouosé namáhání ohybem v každém směru včetně účinků druhého řádu.

Z výše uvedeného lze usoudit, že pokud je průřez symetrický a zatížení je v obou osách přibližně stejné, tak se musí posuzovat prostorový ohyb.

**Poznámka:** Přepočítání působivosti normálové síly

Přepočítání ve směru osy z (pro ohybový moment  $M_y$ ). Analogicky pak vztahy platí pro kolmý směr.

Základní excentricita včetně účinků imperfekcí:

Jestliže platí

$$\lambda_y > \lambda_z,$$

pak

$$e_{oz,1} = e_{iz} + e_z,$$

v opačném případě se uvažuje pouze minimální excentricita

$$e_{oy,1} = e_y$$

$$e_{oz,2} = e_z + \max(e_{iz}, e_{iy}) \cdot e_z / (e_z^2 + e_y^2)^{0,5}$$

Výsledná základní excentricita:

$$e_{oz} = \max(e_{oz,1}, e_{oz,2})$$

kde  $e_y, e_z$  základní excentricity normálové síly

$e_{iz}, e_{iy}$  excentricity od imperfekcí

Excentricita od účinků druhého řádu:

Jestliže platí

$$\lambda_y > \lambda_z,$$

pak

$$e_{2z,1} = e_{2z},$$

v opačném případě se neuvažuje

$$e_{2z,1} = 0$$

$$e_{2z,2} = \max(e_{2z}, e_{2y}) \cdot e_z / (e_z^2 + e_y^2)^{0,5}$$

Výsledná excentricita druhého řádu:

$$e_{2z} = \max(e_{2z,1}, e_{2z,2})$$

kde  $e_y, e_z$  základní excentricity normálové síly

$e_{2z}, e_{2y}$  excentricity druhého řádu

### 3.4.11. Minimální výstřednost

Požadavek na minimální výstřednost dle článku 6.1 (4) normy [2] pro mezní stav únosnosti lze uplatnit buď na straně únosnosti (redukci interakčního diagramu) nebo na straně zatížení. Tak je tomu v případě programu RCS, kde se výstřednost  $e_0$  zohlední případným zvětšením návrhového momentu.

Pokud  $M_{Ed} < N_{Ed} e_0$ , tak  $M_{Ed} = N_{Ed} e_0$ ;

$e_0 = \max(h/30; 20 \text{ mm})$ , kde  $h$  je výška průřezu.

## 4. Literatura

- [1] BRADÁČ *Betonové konstrukce, 1.část: Dimenzování prvků ze železového a prostého betonu*, EXPERT Ostrava, 1996
- [2] ČSN EN 1992-1-1 (73 1201) Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby, vč. Změny NA ed. A (2007) a opravy 1 (2009)
- [3] ČSN EN 1992-2 (73 6208) Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí - Část 2: Betonové mosty - Navrhování a konstrukční zásady
- [4] NAVRÁTIL, J. *Předpjaté betonové konstrukce*. 2. vydání, Akademické nakladatelství CERM, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, 2008
- [5] ŠMIRÁK, S. *Pružnost a plasticita I*, Vysoké učení technické v Brně, Akademické nakladatelství CERM, Brno, 1999
- [6] VONDRÁČEK, R. *Numerical Methods in Nonlinear Concrete Design*, Diplomová práce, ČVUT, Praha, 2000
- [7] ZICH, M. a kolektiv *Konstrukční Eurokódy - Příklady posouzení betonových prvků dle Eurokódů*, on-line kniha <http://www.stavebniklub.cz/konstrukcni-eurokody-onbecd/>, Verlag Dashöfer, 2010