

# **Dimenzování železobetonových průřezů podle EN 1992-1-1 a EN 1992-2**

studijní text pro odborný seminář  
2D elementy

Brno, 25. 1. 2011

## Obsah

1.	Typy elementů 2D .....	4
1.1.	Deska .....	4
1.2.	Skořepina jako deska – deskostěna .....	4
1.3.	Stěna .....	4
1.4.	Skořepina jako stěna - stěnodeska .....	4
1.5.	Vysoký nosník .....	4
2.	Zadání výztuže .....	4
2.1.	Zadání výztuže pomocí šablon .....	5
2.2.	Obecné zadání výztuže .....	6
2.3.	Typ výztuže .....	6
3.	Vnitřní síly.....	7
3.1.	Zadání vnitřních sil.....	7
3.2.	Určení směru posouzení .....	8
3.2.1.	Analyza směru posouzení pro mezní stav únosnosti.....	9
3.3.	Přepočet sil do směrů posouzení .....	10
3.3.1.	Výpočet normálových sil při obou površích 2D elementu.....	11
3.3.2.	Výpočet hlavních sil při obou površích.....	13
3.3.3.	Výpočet přepočítaných povrchových sil do zadaného směru posouzení.....	13
3.3.4.	Transformace přepočtených povrchových sil do těžiště průřezu.....	14
3.3.5.	Přepočet smykových sil do zadaného směru posouzení.....	15
3.4.	Porovnání přepočtu vnitřních sil podle různých metod.....	16
3.4.1.	Přepočet sil podle ENV 1992-1-1 .....	16
3.4.2.	Srovnání výpočtu vnitřních sil s programy Dlubal a SEN.....	18
4.	Posouzení .....	19
4.1.	Výsledky posouzení v zadaných směrech .....	19
4.2.	Mezní stav únosnosti .....	20
4.2.1.	Posouzení únosnosti průřezu.....	20
4.2.2.	Posouzení odezvy průřezu.....	20
4.2.3.	Posouzení interakce.....	20
4.2.4.	Srovnání posouzení únosnosti v programu RCS a DLUBAL.....	20
4.2.5.	Porovnání posouzení únosnosti a ověření vzniku trhlin na sendvičovém modelu podle ČSN EN 1992 – příloha LL.....	22
4.3.	Mezní stav použitelnosti.....	22
4.3.1.	Omezení napětí.....	22
4.3.2.	Posouzení šířky trhlin.....	22

4.4. Posouzení konstrukčních zásad .....	22
5. Literatura .....	23

## 1. Typy elementů 2D

### 1.1. Deska

Deska podle EN 1992-1-1, článek 5.3.1(4) je prvek, jehož minimální plošný rozměr není menší než pětinašobek celkové tloušťky desky. Deska je zatížena pouze ohybovými účinky a smykovými silami kolmými na střednici desky. Konstrukční zásady jsou posouzené podle EN 1992-1-1, článek 9.3.

### 1.2. Skořepina jako deska - deskostěna

Pro geometrii je možné použít podobnou definici jako pro desku. Na rozdíl od desky může být deskostěna zatížena zároveň ohybovými i membránovými účinky. Konstrukční zásady jsou posouzené podle konstrukčních zásad definovaných pro desku (EN 1992-1-1, článek 9.3).

### 1.3. Stěna

Stěna podle EN 1992-1-1, článek 5.3.1(7) je prvek, pro který neplatí následující zásady:

- Výška průřezu nepřekročí čtyřnásobek jeho šířky
- Délka je minimálně trojnásobek výšky průřezu

Stěna je zatížena pouze membránovými účinky a konstrukční zásady jsou posouzené podle EN 1992-1-1, článek 9.6.

### 1.4. Skořepina jako stěna - stěnodeska

Pro geometrii je možné použít podobnou definici jako pro stěnu. Na rozdíl od stěny může být stěnodeska zatížena současně ohybovými i membránovými účinky. Konstrukční zásady jsou posouzeny podle konstrukčních zásad definovaných pro stěnu (EN 1992-1-1, článek 9.6)

### 1.5. Vysoký nosník

Vysoký nosník podle EN 1992-1-1, článek 5.3.1(3) je prvek, kterého rozpětí je menší než trojnásobek celkové výšky průřezu. Stěnový vysoký nosník může být zatížen podobně jako stěna pouze membránovými účinky. Konstrukční zásady jsou posouzené podle EN 1992-1-1, článek 9.7.

## 2. Zadání výztuže

Pro posouzení se definuje výsek 2D elementu o hranách 1 m x 1 m. Výztuž se zadává na tento výsek 2D elementu. Při posouzení se počítá s využitím výztuže na běžný metr šířky výseku desky.

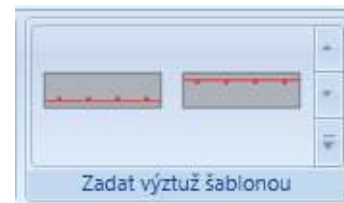
Pro zadání výztuže je možné použít připravené šablony pro zadání výztuže při horním a dolním povrchu. Obecné zadání výztuže do výseku desky je možné pomocí samostatné akce.

Pozice výztuže se zadává do průřezu a zároveň i do půdorysu výseku 2D.

## 2.1. Zadání výztuže pomocí šablon

Program RCS nabízí dvě šablony na zadání výztuže do výseku 2D elementu. Jsou to šablony pro zadání výztuže pro horní a pro dolní povrch.

Obě šablony umožňují zadat ortogonální výztuž při jenom povrchu 2D elementu a zároveň ji umístit i do výseku. Obě šablony umožňují i natočení výztuže vzhledem k lokální ose x 2D elementu.



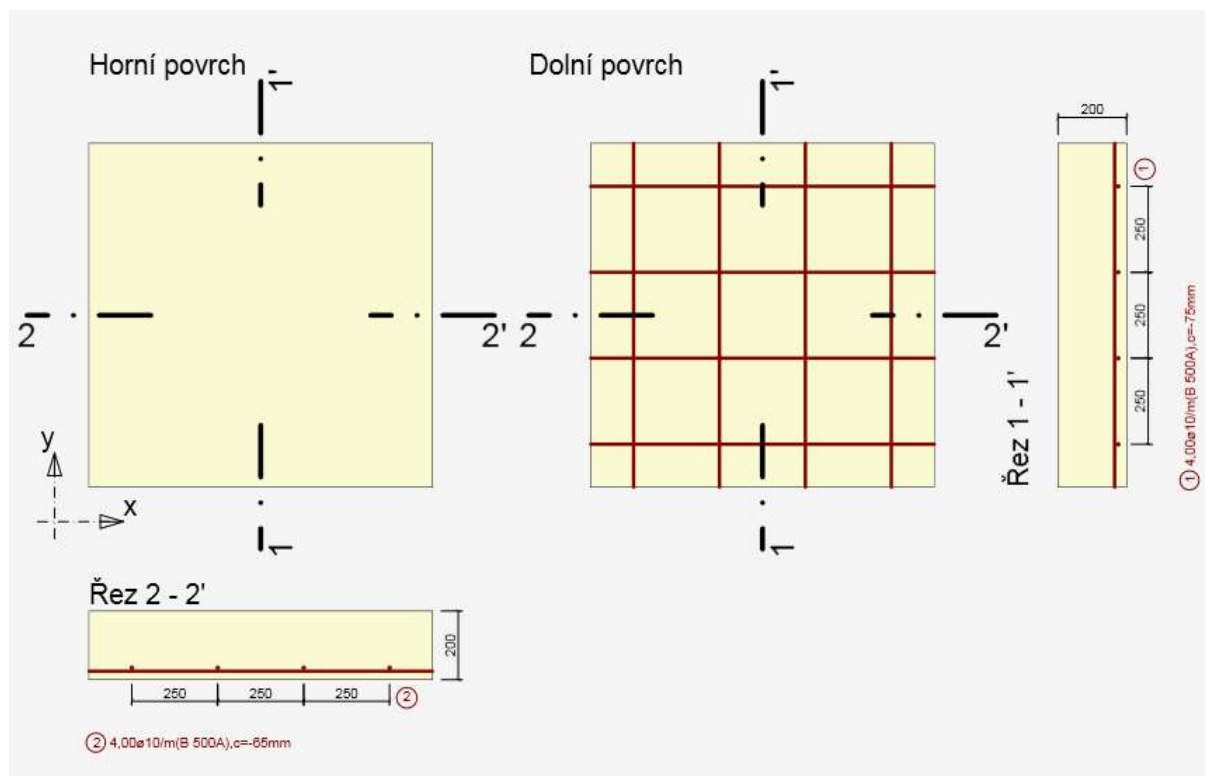
Dialog pro zadání výztuže pomocí šablony:

Vyztužení desky namáhané ve dvou směrech při dolním okraji

Povrch desky	Dolní	
Úhel první vrstvy		0,0 °
Druh oceli	B 500A	
Krytí $c_c$		20 mm
<b>První vrstva</b>		
Průměr $d_1$		10 mm
Počet		4,00
Vzdálenost		250 mm
Způsob zadání	Hlavní	
<b>Druhá vrstva</b>		
Průměr $d_2$		10 mm
Počet		4,00
Vzdálenost		250 mm
Způsob zadání	Hlavní	

OK Zrušit

Schéma zadané výztuže při spodním povrchu 2D elementu v programu RCS:



## 2.2. Obecné zadání výztuže

Obecné zadání výztuže umožňuje postupné vkládání výztuže do průřezu i do půdorysu výseku 2D elementu. Každý výztužná vrstva je definována v řezu i půdoryse.

Ø	Počet	Vzdálenost	Zadání krajní vložky	Vzdálenost krajní vložky	Úhel	As	Povrch / rovina	Určení pozice	Hodnota	Excentricita	Typ	Materiál
[ mm ]	[ /m ]	[ mm ]		[ mm ]	[ ° ]	[ mm <sup>2</sup> ]			[ mm ]	[ mm ]		
10	4	250	Vzdálenost / 2	125	0,0	314	Dolní	Krytím k povrchu vložky	20	-75	Hlavní	B 500A

## 2.3. Typ výztuže

Pro posouzení konstrukčních zásad pro stěny a desky je nutné definovat typ výztužných vložek. A to pro 2D elementy typu

- Deska a deskostěna - pro posouzení podle EN 1992-1-1, článek 9.3.1.1
  - o Hlavní (nosnou) výztuž
  - o Rozdělovací výztuž
- Stěna, stěnodeska a vysoký nosník - pro posouzení podle EN 1992-1-1, články 9.6.2 a 9.6.3
  - o Horizontální výztuž
  - o Vertikální výztuž

### Poznámka:

Rozdělovací výztuž pro typy 2D elementů deska a deskostěna se započítá pouze do posouzení konstrukčních zásad, není možné ji použít pro ostatní posudky 2D elementu.

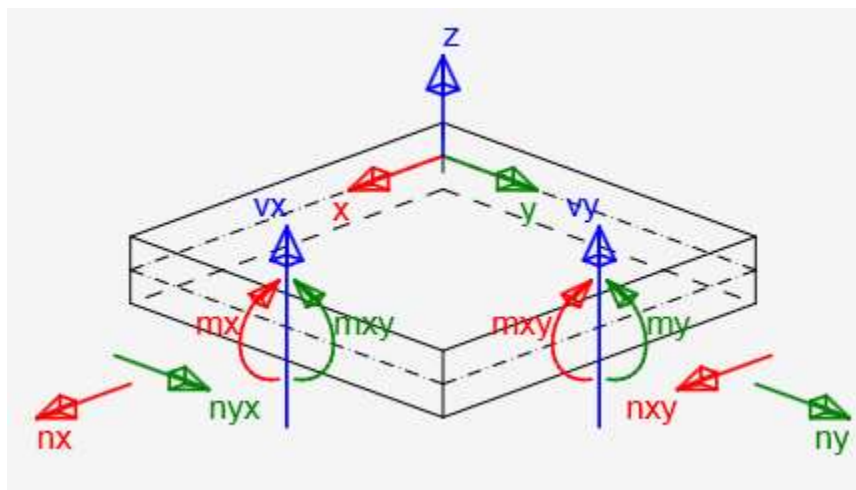
## 3. Vnitřní síly

### 3.1. Zadání vnitřních sil

Zadání vnitřních sil pro 2D prvky je závislé na typu 2D elementu:

- **Deskostěna** – zadávají se membránové síly ( $n_x$ ,  $n_y$  a  $n_{xy}$ ), ohybové momenty ( $m_x$ ,  $m_y$  a  $m_{xy}$ ) a smykové síly ( $v_x$  a  $v_y$ )
- **Stěnodeska** - zadávají se membránové síly ( $n_x$ ,  $n_y$  a  $n_{xy}$ ), ohybové momenty ( $m_x$ ,  $m_y$  a  $m_{xy}$ ) a smykové síly ( $v_x$  a  $v_y$ )
- **Deska** - zadávají se pouze ohybové momenty ( $m_x$ ,  $m_y$  a  $m_{xy}$ ) a smykové síly ( $v_x$  a  $v_y$ )
- **Stěna** - zadávají se pouze membránové síly ( $n_x$ ,  $n_y$  a  $n_{xy}$ )
- **Vysoký nosník** - zadávají se pouze membránové síly ( $n_x$ ,  $n_y$  a  $n_{xy}$ )

Označení	Popis
$m_{x(y)}$	Ohybový moment ve směru osy x (y). Kladná hodnota způsobí tah při spodním okraji 2D elementu.
$m_{xy(yx)}$	Krouticí moment kolem osy y (x) působící na hraně rovnoběžné s osou x (y). Protože v každém bodě 2D elementu platí věta o rovnosti hodnot vodorovných smykových napětí, jsou také v každém bodě 2D elementu stejné krouticí momenty $m_{xy} = m_{yx}$ . Na základě tohoto pravidla se v programu zadává pouze hodnota $m_{xy}$ . Kladná hodnota způsobí tahové smykové napětí při spodním povrchu.
$n_{x(y)}$	Normálová síla v směru osy x (y). Kladná hodnota působí ve směru osy x (y) (v průřezu je tah).
$n_{xy(yx)}$	Normálová síla působící ve střednicové rovině ve směru osy y (x) působící kolmo na hranu rovnoběžnou s osou x (y). Protože v každém bodě 2D elementu platí věta o rovnosti hodnot smykových napětí, jsou také v každém bodě 2D elementu stejné smykové síly $n_{xy} = n_{yx}$ . Na základě tohoto pravidla se v programu zadává pouze hodnota $n_{xy}$ . Kladná hodnota působí v směru osy x(y)
$v_{x(y)}$	Smyková síla působící kolmo na střednicovou rovinu na hranu rovnoběžnou s osou x (y). Kladná hodnota působí v směru osy z



Pro posouzení je nutné definovat následující typy kombinací:

- **Mezní únosnost** – složky vnitřních sil definované pro tento typ kombinace jsou použité pro posouzení 2D elementu na MSÚ:
  - Únosnost N-M-M
  - Odezva N-M-M
  - Interakce
 a posouzení konstrukčních zásad
- **Charakteristická** - složky vnitřních sil definované pro tento typ kombinace jsou použité pro posouzení Omezení napětí (MSP)
- **Kvazistálá** - složky vnitřních sil definované pro tento typ kombinace jsou použité pro posouzení šířky trhliny (MSP)

Typ kombinace	$m_x$ [kNm/m]	$m_y$ [kNm/m]	$m_{xy}$ [kNm/m]	$n_x$ [kN/m]	$n_y$ [kN/m]	$n_{xy}$ [kN/m]	$v_x$ [kN/m]	$v_y$ [kN/m]
Mezní únosnost	20.00	20.00	10.00	5.00	12.00	4.00	25.00	25.00
Charakteristická	15.00	15.00	7.00	4.00	8.00	3.00	0.00	0.00
Kvazistálá	15.00	15.00	7.00	4.00	8.00	3.00	0.00	0.00

#### Poznámka:

Složky vnitřních sil  $v_x$  a  $v_y$  pro typy kombinací **Charakteristická** a **Kvazistálá** není nutné zadávat, protože tyto hodnoty nejsou použity pro posouzení.

### 3.2. Určení směru posouzení

Pro správné posouzení 2D elementy je nutné definovat směr posouzení. Směr posouzení je možné v programu RCS zadat pro každý typ kombinace zvlášť, přičemž jsou podporované 2 následující možnosti:

- **Uživatелеm zadaný směr** – uživatel si sám zvolí směr posouzení jako úhel od osy x rovině 2D elementu. Tato možnost je přednastavena pro **Typ kombinace = Mezní únosnost**, a přednastavená hodnota úhlu je 0 stupňů. Posouzení je prováděno v těchto směrech:
  - Zadaný směr
  - Kolmý směr na zadaný



- Směr tlakové diagonály při horním povrchu
- Směr tlakové diagonály při spodním povrchu
- **Směr hlavních napětí** – směr posouzení je automaticky vypočítaný programem jako směr hlavních napětí při horním a dolním povrchu 2D elementu. Tato možnost je přednastavena pro **Typ kombinace = Charakteristická a Kvazistálá**. Posouzení je prováděno v těchto směrech:
  - Směr hlavních napětí při spodním povrchu
  - Kolmý směr na směr hlavních napětí při spodním povrchu
  - Směr tlakové diagonály při spodním povrchu
  - Směr hlavních napětí při horním povrchu
  - Kolmý směr na směr hlavních napětí při horním povrchu
  - Směr tlakové diagonály při horním povrchu

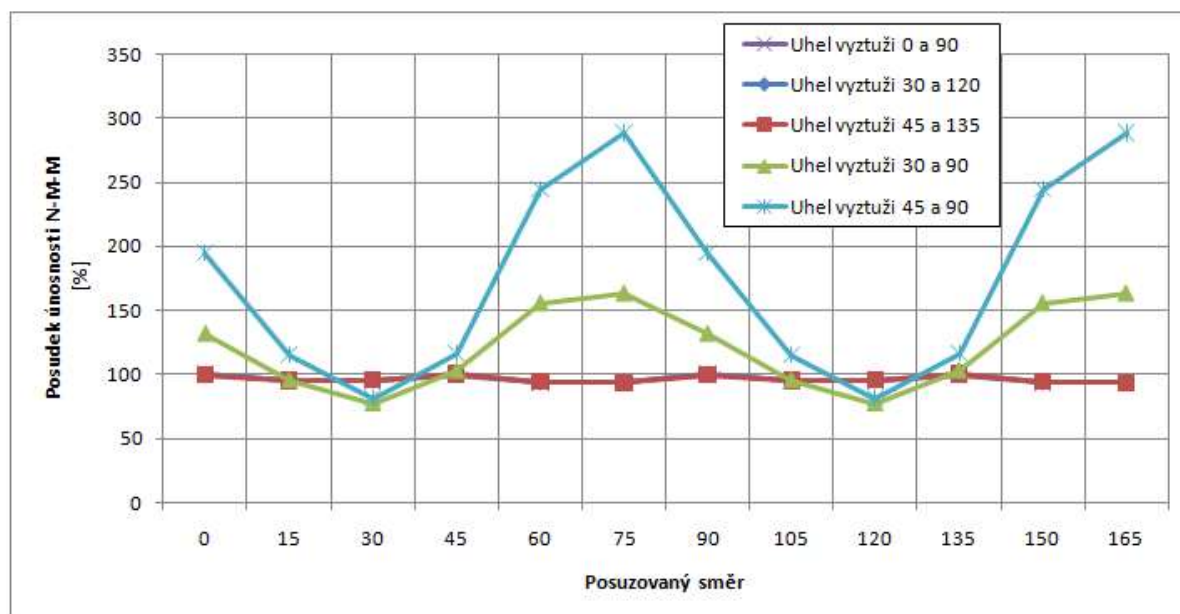
Typ kombinace	Posuzovaný směr	Úhel od osy x [°]
Mezní únosnost	Uživatelem zadaný směr	0.0
Charakteristická	Směr hlavních napětí	
Kvazistálá	Směr hlavních napětí	

### 3.2.1. Analýza směru posouzení pro mezní stav únosnosti

#### Analýza 1

Pro 2D element zatížený pouze ohybovými momenty ( $m_x = 20 \text{ kNm/m}$ ,  $m_y = 10 \text{ kNm/m}$ ,  $m_{xy} = 5 \text{ kNm/m}$ ) jsme měnili úhel výztuže a úhel posouzení pro mezní stav únosnosti.

Výsledky analýzy jsou v následujícím grafu:



Z analýzy vyplývá, že

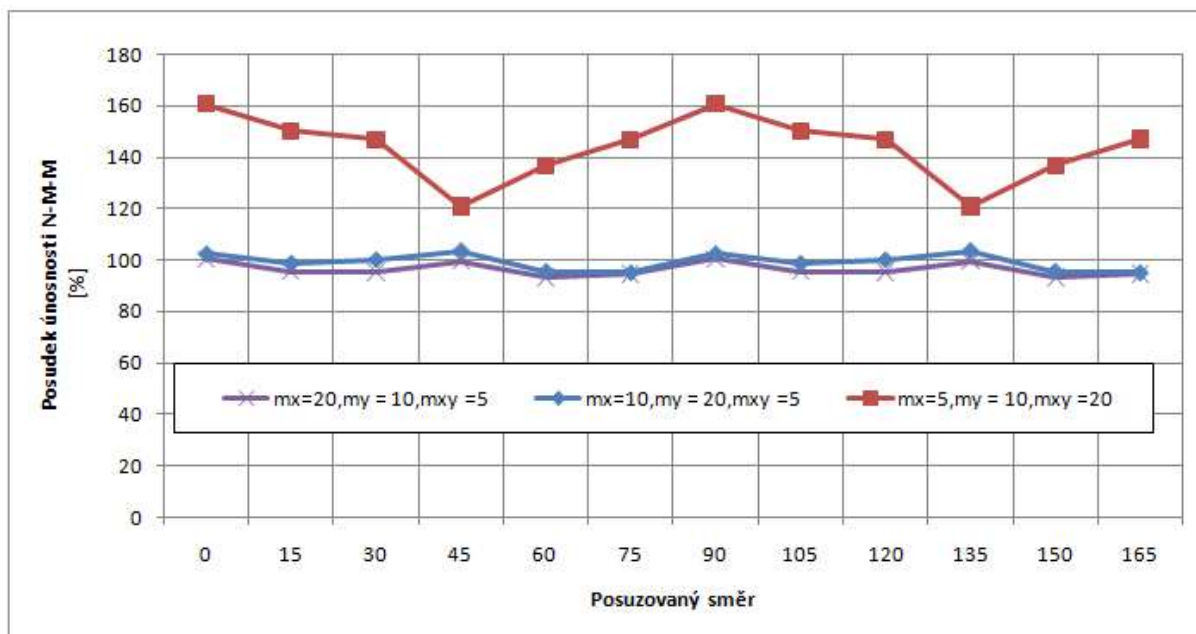
- Pokud jsou výztuže na sebe kolmé, jsou výsledky posudku pro různé úhly posouzení přibližně stejné, nejsou závislé na zadaném směru výztuže a maximální hodnota

posudku je nalezena pro úhly 0, 45 a 90 stupňů. Z toho vyplývá, že posouzení se může provádět pro přednastavený směr posouzení 0 stupňů.

- Pokud nejsou směry výztuže na sebe kolmé, výsledky posouzení se výrazně liší, přičemž maximální hodnota posouzení vzniká přibližně ve směru odpovídající průměrnému směru vyztužení. Z toho vyplývá, že pokud nejsou směry vyztužení na sebe kolmé, je vhodné změnit přednastavený směr posouzení, respektive posoudit 2D element ve více směrech.

## Analýza 2

Pro 2D element vyztužený pravoúhloou výztuží jsme měnili hodnoty ohybových momentů a úhel posouzení pro mezní stav únosnosti. Výsledky analýzy jsou v následujícím grafu:



Z analýzy vyplývá, že i pro různé hodnoty ohybových momentů je maximální hodnota posudku únosnosti ve směrech 0, 45 a 90 stupňů. To znamená, že posouzení je možné provádět pro přednastavený směr pro posouzení 0 stupňů. Podobný závěr platí i pro 2D elementy zatížené pouze normálovou silou nebo normálovými silami a ohybovými momenty.

### 3.3. Přepočet sil do směrů posouzení

Pro přepočet zadaných vnitřních sil do směrů posouzení je použitý Baumannův transformační vzorec, popsany například v [3]. Postup výpočtu je následující:

1. Výpočet normálových sil při obou površích 2D elementu
2. Výpočet hlavních sil při obou površích 2D elementu
3. Výpočet přepočtených sil pro každý povrch do zadaného směru posouzení
4. Výpočet přepočtených sil při každém povrchu do těžiště
5. Přepočet smykových sil do zadaného směru posouzení

### 3.3.1. Výpočet normálových sil při obou površích 2D elementu

Zadané vnitřní síly jsou přepočtené k oběma površím 2D elementu podle následujících vzorců:

$$n_{x,dol(hor)} = \frac{n_x}{2} + (-) \frac{m_x}{z}$$

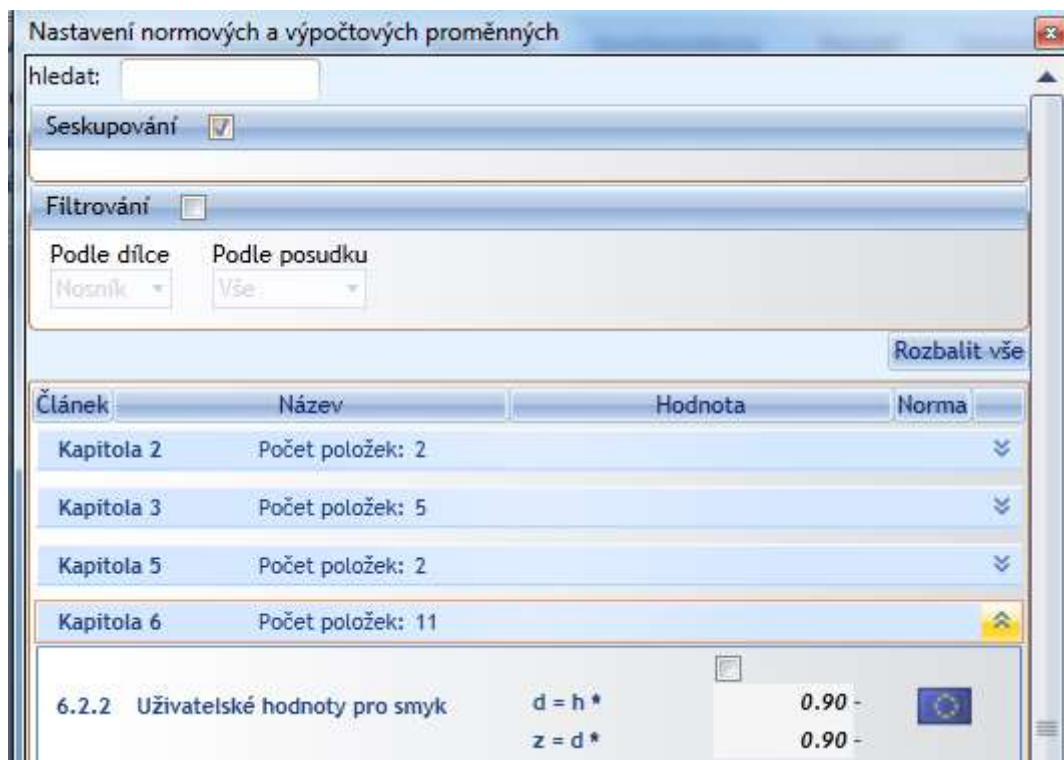
$$n_{y,dol(hor)} = \frac{n_y}{2} + (-) \frac{m_y}{z}$$

$$n_{xy,dol(hor)} = \frac{n_{xy}}{2} + (-) \frac{m_{xy}}{z}$$

Pro přepočet vnitřních sil je potřebné znát rameno vnitřních sil ( $z$ ). Rameno vnitřních sil se určí z metody mezních přetvoření při zatížení hlavním ohybovým momentem ve směrech hlavních momentů  $m_1$  při obou površích. Pokud jsou hlavní momenty nulové, nebo pokud není ve směru hlavních momentů nalezena rovnováha, je rameno vnitřních sil vypočítáno podle vztahu

$$z = x \cdot d,$$

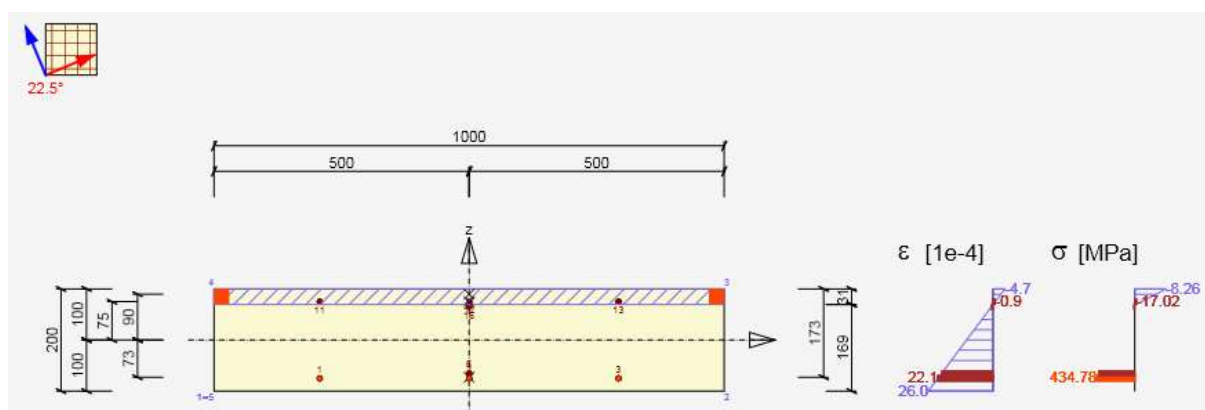
Označení	Popis
x	Koeficient pro výpočet ramene vnitřních sil, načtený z nastavení <b>Normové proměnné</b>
d	Efektivní výška průřezu vypočtená zvlášť pro horní a dolní povrch 2D elementu. Pro dolní povrch je to vzdálenost těžiště zadaných výztuží při spodním povrchu k horní hraně průřezu, pro horní povrch je to vzdálenost těžiště zadaných výztuží při horním povrchu ke spodní hraně průřezu



**Poznámka:**

Rameno vnitřních sil je možné zkontrolovat v posudku Odezva N-M-M, přičemž je potřebné zadat pouze ohybové momenty a směr posouzení musí odpovídat směru hlavního momentu

Na obrázku je znázorněná kontrola hodnoty ramene vnitřních sil pro ohybové momenty  $m_x = 20 \text{ kNm/m}$ ,  $m_y = 10 \text{ kNm/m}$ ,  $m_{xy} = 5 \text{ kNm/m}$ . Ze zadaných hodnot byl spočten směr hlavních momentů  $\alpha_{m1} = 22,5$  stupňů a dále byla spočtena odezva průřezu, ze které je možné určit rameno vnitřních sil

**Rovina přetvoření**

x [ mm ]	d [ mm ]	z [ mm ]	$\epsilon_x$ [ 1e-4 ]	$\epsilon_y$ [ 1e-4 ]	$\epsilon_z$ [ 1e-4 ]
31	173	163	10.6	0.0	-153.2

**Poznámka:**

Ramena vnitřních sil pro přepočtení vnitřních sil do zadaného směru posouzení a pro posouzení mohou být odlišná, protože rameno vnitřních sil pro přepočtení je vypočtené pro průřez zatížený hlavním momentem ve směru hlavních momentů, a rameno vnitřních sil pro posouzení průřezu je vypočtené pro průřez zatížený ohybovým momentem i normálovou silou ve směru posouzení. Velikosti ramene vnitřních sil pro přepočtení vnitřních sil pro všechny tři typy kombinací jsou presentovány v tabulce **Přepočtené síly** v položce navigátoru **Vnitřní síly v řezu**

**Přepočtené síly**

Normálové síly (dimenzační a ve směru hlavního napětí) při površích pro kombinaci MSÚ

Povrch	Posuzovaný směr	n1 [ kN/m ]	n2 [ kN/m ]	$\alpha_{n1}$ [ ° ]	z [ mm ]	Úhel [ ° ]	n povrch [ kN/m ]
Horní	Směr zadaný uživatelem	-48.77	-135.76	-67.5	163	22.5	-135.76
Horní	Kolmý směr	-48.77	-135.76	-67.5	163	112.5	-48.77
Horní	Tlaková diagonála	-48.77	-135.76	-67.5	163	157.5	0.00
Dolní	Směr zadaný uživatelem	135.76	48.77	22.5	163	22.5	135.76
Dolní	Kolmý směr	135.76	48.77	22.5	163	112.5	48.77
Dolní	Tlaková diagonála	135.76	48.77	22.5	163	67.5	0.00

### 3.3.2. Výpočet hlavních sil při obou površích

Hlavní síly pro oba povrchy 2D elementu jsou vypočítány podle vzorce

$$n_{1,dol(hor)} = \frac{n_{x,dol(hor)} + n_{y,dol(hor)}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(n_{x,dol(hor)} - n_{y,dol(hor)})^2 + 4 \cdot n_{xy,dol(hor)}^2}$$

$$n_{2,dol(hor)} = \frac{n_{x,dol(hor)} + n_{y,dol(hor)}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(n_{x,dol(hor)} - n_{y,dol(hor)})^2 + 4 \cdot n_{xy,dol(hor)}^2}$$

a směr hlavních sil je vypočítán použitím vztahu

$$\alpha_{n1,dol(hor)} = 0,5 \cdot \tan^{-1} \left( \frac{2 \cdot n_{xy,dol(hor)}}{n_{x,dol(hor)} - n_{y,dol(hor)}} \right)$$

#### Poznámka:

Hlavní síly a směr hlavních sil pro oba povrchy 2D elementu jsou prezentovány pro všechny tři typy kombinací v tabulce **Přepočtené síly** v položce navigátoru **Vnitřní síly v řezu**

#### Normálové síly (dimenzační a ve směru hlavního napětí) při površích pro kombinaci MSÚ

Povrch	Posuzovaný směr	n1 [ kN/m ]	n2 [ kN/m ]	$\alpha_{n1}$ [ ° ]	z [ mm ]	Úhel [ ° ]	n povrch [ kN/m ]
Horní	Směr zadaný uživatelem	-48.77	-135.76	-67.5	163	22.5	-135.76
Horní	Kolmý směr	-48.77	-135.76	-67.5	163	112.5	-48.77
Horní	Tlaková diagonála	-48.77	-135.76	-67.5	163	157.5	0.00
Dolní	Směr zadaný uživatelem	135.76	48.77	22.5	163	22.5	135.76
Dolní	Kolmý směr	135.76	48.77	22.5	163	112.5	48.77
Dolní	Tlaková diagonála	135.76	48.77	22.5	163	67.5	0.00

### 3.3.3. Výpočet přepočítaných povrchových sil do zadaného směru posouzení

Přepočet hlavních sil do směrů posouzení se provádí odděleně pro oba povrchy 2D elementu pomocí Baumannova transformačního vzorce

$$n_{povrch,i,dol(hor)} = \frac{n_{1,dol(hor)} \cdot \sin(\alpha_{j,dol(hor)}) \cdot \sin(\alpha_{k,dol(hor)}) + n_{2,dol(hor)} \cdot \cos(\alpha_{j,dol(hor)}) \cdot \cos(\alpha_{k,dol(hor)})}{\sin(\alpha_{j,dol(hor)} - \alpha_{i,dol(hor)}) \cdot \sin(\alpha_{k,dol(hor)} - \alpha_{i,dol(hor)})}$$

Označení	Popis
i, j, k, i	index směru posouzení (směr přepočtu sil) i, j, k, i = 1,2,3,1 . Například pro dolní povrch a výpočet síly ve směru j (úhel $\alpha_2$ ) je možné vzorec přepsat do tvaru: $n_{povrch,2,dol} = \frac{n_{1,dol} \cdot \sin \alpha_{3,dol} \cdot \sin \alpha_{1,dol} + n_{2,dol} \cdot \cos \alpha_{3,dol} \cdot \cos \alpha_{1,dol}}{\sin(\alpha_{3,dol} - \alpha_{2,dol}) \cdot \sin(\alpha_{1,dol} - \alpha_{2,dol})}$
$\alpha_{i,j,k,dol(hor)}$	Úhel mezi daným směrem posouzení nebo směrem tlakové diagonály a směrem hlavních sil při spodním, respektive horním povrchu 2D elementu. <ul style="list-style-type: none"> <li>Zadaný směr posouzení <math>\alpha_{1,dol(hor)} = \alpha_1 - \alpha_{dol(hor)}</math></li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>Kolmý směr posouzení na směr zadáný <math>\alpha_{2,dol(hor)} = \alpha_2 - \alpha_{dol(hor)}</math></li> <li>Směr pro posouzení tlakové diagonály <math>\alpha_{3,dol(hor)} = \alpha_3 - \alpha_{dol(hor)}</math></li> </ul>
$\alpha_1$	Zadaný směr posouzení pro danou kombinaci
$\alpha_2$	Směr posouzení kolmý na zadaný směr, $\alpha_2 = \alpha_1 + 90$ stupňů
$\alpha_3$	Směr posouzení ve směru tlakové diagonály v rovině 2D elementu. Tento směr je optimalizován tak, aby síla v tomto směru byla co nejmenší

**Poznámka:**

- Pokud je **Posuzovaný směr** totožný se **Směrem hlavních napětí**, jsou síly v tlakové diagonále nulové, a proto se tento směr pro posouzení neuvažuje
- Směr tlakové diagonály pro všechny stavy napjatosti s výjimkou hyperbolického stavu napjatosti ( $n_{1,dol(hor)} > 0$  a  $n_{1,dol(hor)} < 0$ ) je možné vypočítat podle vzorce:  

$$\alpha_3 = 0,5(\alpha_1 + \alpha_2)$$
- Přepočítané síly pro oba povrchy 2D elementu a všechny směry posouzení včetně směru tlacené diagonály jsou prezentovány v tabulce **Přepočtené síly**

**Přepočtené síly****Normálové síly (dimenzační a ve směru hlavního napětí) při površích pro kombinaci MSÚ**

Povrch	Posuzovaný směr	n1 [ kN/m ]	n2 [ kN/m ]	$\alpha$ n1 [ ° ]	z [ mm ]	Úhel [ ° ]	n povrch [ kN/m ]
Horní	Směr zadáný uživatelem	-48.77	-135.76	-67.5	163	0.0	-92.27
Horní	Kolmý směr	-48.77	-135.76	-67.5	163	90.0	-30.76
Horní	Tlaková diagonála	-48.77	-135.76	-67.5	163	45.0	-61.51
Dolní	Směr zadáný uživatelem	135.76	48.77	22.5	163	0.0	153.78
Dolní	Kolmý směr	135.76	48.77	22.5	163	90.0	92.27
Dolní	Tlaková diagonála	135.76	48.77	22.5	163	135.0	-61.51

**3.3.4. Transformace přepočtených povrchových sil do těžiště průřezu**

Při posouzení 2D elementu v daném směru je potřebné povrchové síly v daném směru přepočítat do těžiště průřezu. Výsledkem je normálová síla  $n_{d,i}$  a ohybový moment  $m_{d,i}$  působící v těžišti průřezu 2D elementu.

$$m_{d,i} = n_{dolní,i} \cdot z_{s,dol} + n_{horní,i} \cdot z_{s,hor}$$

$$n_{d,i} = n_{dolní,i} + n_{horní,i}$$

Označení	Popis
$n_{dolní,i}$	Přepočítané povrchové síly při dolním povrchu v i-tém směru posouzení, přičemž platí $n_{dolní,i} = n_{povrch,dol,i}$ .
$n_{horní,i}$	Přepočítané povrchové síly při horním povrchu v i-tém směru posouzení, přičemž platí $n_{horní,i} = n_{povrch,hor,i}$ .
$z_{s,dol} (hor)$	je vzdálenost těžiště tlaceného betonu nebo těžiště výztuže při dolním (horním) povrchu, přičemž platí $z = z_{s,dol} + z_{s,hor}$

**Poznámka:**

Pokud je směr tlakové diagonály při dolním a horním povrchu je rozdílný, je pro přepočítání sil do těžiště nutné spočítat i virtuální síly při dolním povrchu v směru tlakové diagonály při horním povrchu a naopak

### Přepočtené dimenzační síly

Dimenzační síly ve střednicové rovině pro kombinaci MSÚ

Úhel [ ° ]	Tlaková diagonála	n horní [ kN/m ]	n dolní [ kN/m ]	n d [ kN/m ]	m d [ kNm/m ]	v d [ kN/m ]
0.0	Ne	-92.27	153.78	61.51	19.43	0.00
45.0	Ano	-61.51	61.51	0.00	10.00	0.00
90.0	Ne	-30.76	92.27	61.51	9.43	0.00
135.0	Ano	61.51	-61.51	0.00	-10.00	0.00

### Přepočtené síly

Normálové síly (dimenzační a ve směru hlavního napětí) při površích pro kombinaci MSÚ

Povrch	Posuzovaný směr	n1 [ kN/m ]	n2 [ kN/m ]	α n1 [ ° ]	z [ mm ]	Úhel [ ° ]	n povrch [ kN/m ]
Horní	Směr zadaný uživatelem	-48.77	-135.76	-67.5	163	0.0	-92.27
Horní	Kolmý směr	-48.77	-135.76	-67.5	163	90.0	-30.76
Horní	Tlaková diagonála	-48.77	-135.76	-67.5	163	45.0	-61.51
Dolní	Směr zadaný uživatelem	135.76	48.77	22.5	163	0.0	153.78
Dolní	Kolmý směr	135.76	48.77	22.5	163	90.0	92.27
Dolní	Tlaková diagonála	135.76	48.77	22.5	163	135.0	-61.51

Virtuální síla při horním povrchu ve směru tlakové diagonály při dolním povrchu (úhel 135 stupňů)

Virtuální síla při dolním povrchu ve směru tlakové diagonály při horním povrchu (úhel 45 stupňů)

### 3.3.5. Přepočítání smykových sil do zadaného směru posouzení

Smykové síly jsou přepočítány do směru posouzení podle vztahu

$$v_{d,i} = v_x \cdot \cos(\alpha_i) + v_y \cdot \sin(\alpha_i)$$

přičemž maximální smyková síla je

$$v_{d,max} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

a působí v směru

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{v_y}{v_x} \right)$$

Označení	Popis
α <sub>i</sub>	Úhel posouzení v i-tom směru

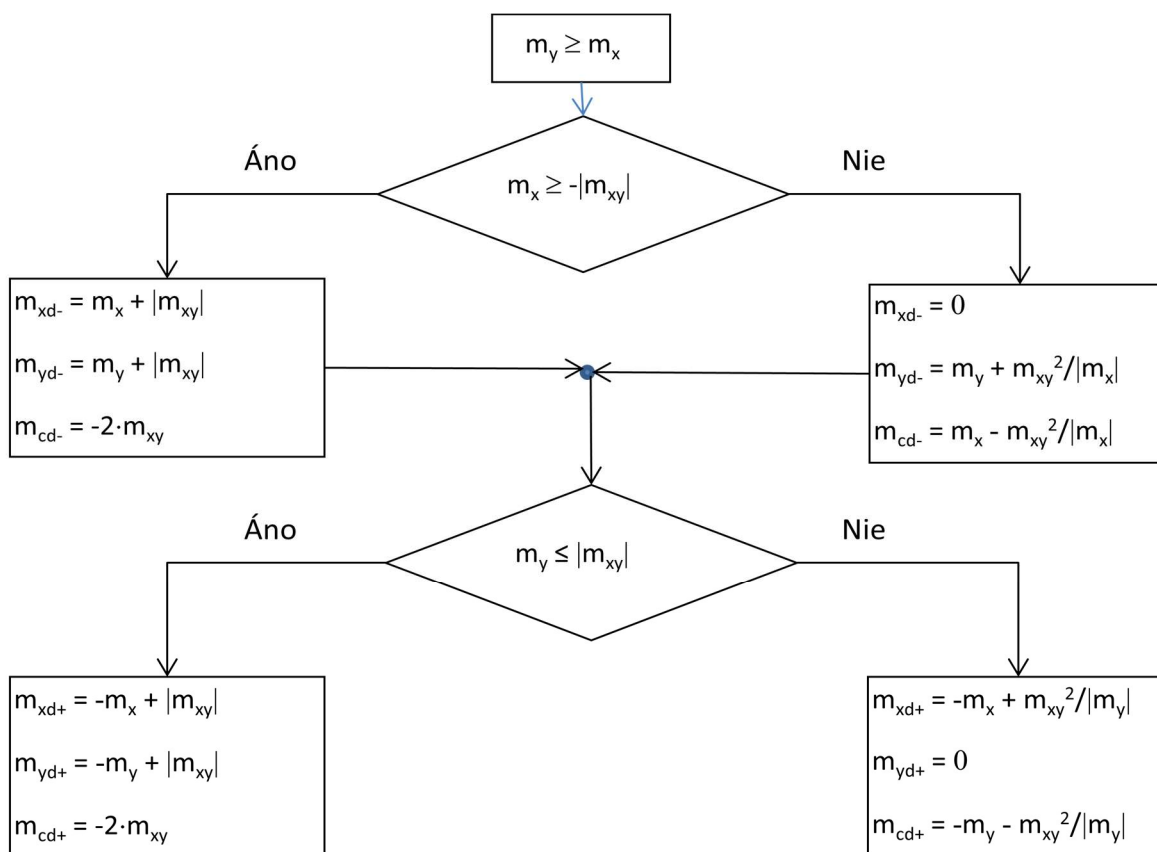
Poznámka:

Při posouzení 2D elementu s poměrně velkými smykovými silami je vhodné posoudit tento 2D element i ve směru maximální smykové síly, to znamená, že zadaný směr posouzení bude odpovídat úhlu  $\beta$

### 3.4. Porovnání přepočtu vnitřních sil podle různých metod

#### 3.4.1. Přepočet sil podle ENV 1992-1-1

Pro výpočet dimenzačních sil se v praxi i v některých programech používá metoda popsaná v normě ENV 1992-1-1. Tento postup je v zásadě shodný s postupem v ČSN 73 1204, ale v ENV se uvažuje pouze s pravoúhlým uspořádáním výtuzných směrů. Výpočet dimenzačních momentů s vlivem kroticího momentu znázorňuje následující vývojový diagram, pro který platí  $m_y \geq m_x$ . Podobný diagram je možné sestavit i pro momenty  $m_y < m_x$



Označení	Popis
$m_{xd+}, m_{xd-}$	Dimenzační ohybový moment ve směru osy x pro návrh a posouzení výtuzže při dolním (-) nebo při horním povrchu (+)
$m_{yd+}, m_{yd-}$	Dimenzační ohybový moment ve směru osy y pro návrh a posouzení výtuzže při dolním (-) nebo při horním povrchu (+)
$m_{cd+}, m_{cd-}$	Dimenzační ohybový moment v tlakové diagonále betonu při spodním



povrchu (-) nebo při horním povrchu (+), který musí přenést beton.
--

Hodnoty přepočítaných dimenzačních sil pro **typ prvku = Deska** pomocí metody popsané v ENV jsou uvedené v následující tabulce

Index	$m_x$ [kNm/m]	$m_y$ [kNm/m]	$m_{xy}$ [kNm/m]	$m_{xd-}$ [kNm/m]	$m_{yd-}$ [kNm/m]	$m_{cd-}$ [kNm/m]	$m_{xd+}$ [kNm/m]	$m_{yd+}$ [kNm/m]	$m_{cd+}$ [kNm/m]
1	-2.93	-2.93	-1.95	-1.63	0	-4.23	4.88	4.88	-3.91
2	0.2	-7.14	-2.31	0.95	0	-7.89	2.11	9.45	-4.62
3	-1.11	-10.14	-0.31	-1.1	0	-10.15	1.42	10.45	-0.63
4	-7.14	0.2	-2.31	0	0.95	-7.89	9.45	2.11	-4.62
5	7.26	7.26	-2.03	9.29	9.29	-4.05	0	-6.7	-7.83
6	5.6	11.99	1.46	7.05	13.45	-2.91	-5.42	0	-12.17
7	-10.14	-1.11	-0.31	0	-1.1	-10.15	10.45	1.42	-0.63
8	11.99	5.6	1.46	13.45	7.05	-2.91	0	-5.42	-12.17
9	9.63	9.63	6.4	16.02	16.02	-12.79	-5.38	0	-13.87

V programu RCS nejsou prezentovány momenty při dolním a horním povrchu, ale pouze normálové síly při obou površích, nebo momenty přepočtené k těžišti průřezu.

### Recalculated design forces

#### Design forces in centroidal plane for ULS combination

Angle [ ° ]	Concrete strut	n upper [ kN/m ]	n lower [ kN/m ]	n d [ kN/m ]	m d [ kNm/m ]	v d [ kN/m ]
0.0	No	30.12	-6.05	24.07	-2.79	0.00
45.0	Yes	24.07	-24.07	0.00	-3.90	0.00
90.0	No	30.12	-6.05	24.07	-2.79	0.00
135.0	Yes	-24.07	24.07	0.00	3.90	0.00

### Recalculated forces

#### Normal forces (design and in principal stress direction) at surfaces for ULS combination

Surface	Checked direction	n1 [ kN/m ]	n2 [ kN/m ]	$\alpha_{n1}$ [ ° ]	z [ mm ]	Angle [ ° ]	n surface [ kN/m ]
Upper	User direction	30.12	6.05	45.0	162	0.0	30.12
Upper	Perpendicular direction	30.12	6.05	45.0	162	90.0	30.12
Upper	Compressive concrete strut	30.12	6.05	45.0	162	135.0	-24.07
Lower	User direction	-6.05	-30.12	-45.0	162	0.0	-6.05
Lower	Perpendicular direction	-6.05	-30.12	-45.0	162	90.0	-6.05
Lower	Compressive concrete strut	-6.05	-30.12	-45.0	162	45.0	-24.07

Momenty při dolním a horním povrchu je možné v RCS vypočítat z povrchových sil prezentovaných v numerickém výstupu podle vzorce:

$$m_{pov, i, dol(hor)} = n_{povrc, i, dol(hor)} \cdot z$$

Hodnoty povrchových sil a přepočtených momentů jsou v následujících tabulkách

Index	$n_{povrch,1,dol}$ [kN/m]	$n_{povrch,2,dol}$ [kN/m]	$n_{povrch,3,dol}$ [kN/m]	$n_{povrch,1,hor}$ [kN/m]	$n_{povrch,2,hor}$ [kN/m]	$n_{povrch,3,hor}$ [kN/m]
-------	------------------------------	------------------------------	------------------------------	------------------------------	------------------------------	------------------------------

1	-6.05	-6.05	-24.07	30.12	30.12	-24.07
2	15.49	-29.81	-28.52	13.02	58.33	-28.52
3	-4.94	-60.68	-3.83	8.77	64.51	-3.83
4	-29.81	15.49	-28.52	58.33	13.02	-28.52
5	57.35	57.35	-25.06	-32.28	-32.28	-25.06
6	43.58	83.02	-18.02	-25.56	-65.00	-18.02
7	-60.68	-4.94	-3.83	64.51	8.77	-3.83
8	83.02	43.58	-18.02	-65.00	-25.56	-18.02
9	98.95	98.95	-79.01	-19.94	-19.94	-79.01

Index	$m_{\text{povrch},1,\text{dol}}$ ( $m_{\text{xd-}}$ ) [kNm/m]	$m_{\text{povrch},2,\text{dol}}$ ( $m_{\text{yd-}}$ ) [kNm/m]	$m_{\text{povrch},3,\text{dol}}$ ( $m_{\text{cd-}}$ ) [kNm/m]	$m_{\text{povrch},1,\text{hor}}$ ( $m_{\text{xd+}}$ ) [kNm/m]	$m_{\text{povrch},1,\text{hor}}$ ( $m_{\text{yd+}}$ ) [kNm/m]	$m_{\text{povrch},1,\text{hor}}$ ( $m_{\text{cd+}}$ ) [kNm/m]
1	-0.98	-0.98	-3.90	4.88	4.88	-3.90
2	2.51	-4.83	-4.62	2.11	9.45	-4.62
3	-0.80	-9.83	-0.62	1.42	10.45	-0.62
4	-4.83	2.51	-4.62	9.45	2.11	-4.62
5	9.29	9.29	-4.06	-5.23	-5.23	-4.06
6	7.06	13.45	-2.92	-4.14	-10.53	-2.92
7	-9.83	-0.80	-0.62	10.45	1.42	-0.62
8	13.45	7.06	-2.92	-10.53	-4.14	-2.92
9	16.03	16.03	-12.80	-3.23	-3.23	-12.80

Z tabulek vyplývá, že momenty při površích desky vypočtené v RCS a vypočtené podle metody popsané v ENV se shodují pouze při jednom povrchu. Tento rozdíl je způsobený rozdílnou optimalizací úhlu tlakové diagonály. Použitá metoda v RCS hledá úhel tlakové diagonály pro minimální sílu v tlakové diagonále. Oproti tomu metoda popsaná v ENV hledá minimální součet záporných sil ze všech směrů. Aby bylo možné používat obě metody v programu RCS, bude nová verze programu doplněna o nastavení typu optimalizace úhlu tlakové diagonály.

### 3.4.2. Srovnání výpočtu vnitřních sil s programy Dlubal a SEN

Pro srovnání výsledků přepočtených vnitřních sil mezi programy RCS, Dlubal a SEN byl připraven jednoduchý model desky o půdorysných rozměrech 6 m x 4 m a tloušťce 200mm, podepřené po okrajích liniovou podporou a zatíženou rovnoměrným zatížením 10 kN/m<sup>2</sup>.

Pro lepší prezentaci výsledků jsou dosažené hodnoty přepočtených vnitřních sil prezentovány v jednom řezu deskou, a to v podélném řezu ve vzdálenosti 1,5 m od hrany desky. Pro výpočet dimenzačních sil v programu RCS byly použity vnitřní síly vypočtené programem Dlubal.

Pozice [m]	$m_{\text{x,dolní}}$ [kNm/m]			$m_{\text{y,dolní}}$ [kNm/m]			$m_{\text{c,dolní}}$ [kNm/m]		
	Dlubal	SEN	RCS	Dlubal	SEN	RCS	Dlubal	SEN	RCS
0,00	1,794	1,794	1,794	1,129	1,130	1,131	-3,223	-3,222	-3,227

0,50	6,281	6,282	6,297	6,398	6,398	6,414	-5,378	-5,378	-5,391
1,00	7,349	7,349	7,358	8,911	8,912	8,924	-4,163	-4,164	-4,168
1,50	7,620	7,620	7,623	10,758	10,759	10,763	-3,318	-3,318	-3,320
2,00	7,372	7,373	7,384	11,842	11,843	11,862	-2,221	-2,221	-2,224
2,50	6,908	6,908	6,896	12,245	12,246	12,225	-1,109	-1,109	-1,106
3,00	6,371	6,371	6,366	12,007	12,008	11,999	0,000	0,000	0,000
3,50	6,908	6,908	6,896	12,245	12,246	12,225	-1,109	-1,109	-1,106
4,00	7,372	7,373	7,384	11,842	11,843	11,862	-2,221	-2,221	-2,224
4,50	7,620	7,620	7,623	10,758	10,759	10,763	-3,318	-3,318	-3,320
5,00	7,349	7,349	7,358	8,911	8,912	8,924	-4,163	-4,164	-4,168
5,50	6,281	6,282	6,297	6,398	6,398	6,414	-5,378	-5,378	-5,391
6,00	1,794	1,794	1,794	1,129	1,130	1,131	-3,223	-3,222	-3,227

Z tabulky je patrná velmi dobrá shoda výsledků přepočtených sil.

## 4. Posouzení

Jak již bylo popsáno v kapitole 3.3.4 Transformace přepočtených povrchových sil do těžiště průřezu, jsou povrchové dimenzační síly transformovány do těžiště průřezu 2D elementu. Výsledkem této transformace je ohybový moment a normálová síla, působící v těžišti obdélníkového průřezu o délce hrany 1 m a výšce odpovídající tloušťce desky.

Posouzení 2D elementu se provádí ve všech definovaných směrech najednou. Program automaticky transformuje výztuž do směru posouzení pomocí vztahu

$$A_{s_i,\alpha} = A_s \cdot \cos^2(\alpha_i)$$

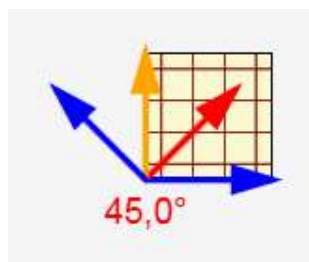
Označení	Popis
$A_{s_i,\alpha}$	Plocha i-té vrstvy výztuže přepočtená do směru $\alpha$
$A_s$	Plocha i-té vrstvy výztuže 2D elementu
$\alpha_i$	Úhel, který svírá i-tá vrstva výztuže se směrem posouzení

### Poznámka:

**Rozdělovací výztuž** pro typy 2D elementů deska a deskostěna se započítá pouze do posouzení konstrukčních zásad, není možné ji použít pro ostatní posudky 2D elementu.

### 4.1. Výsledky posouzení v zadaných směrech

Všechny vybrané posudky jsou automaticky spouštěny ve všech potřebných směrech. Presentace výsledků je obdobná jako pro 1D elementy, pro 2D elementy přibyla presentace pro posuzované směry. V grafické presentaci jsou vykresleny všechny směry, ve kterých posouzení proběhlo.



Šipky na obrázku představují směry posouzení, přičemž oranžová šipka představuje směr maximálního využití průřezu a červená aktuálně presentovaný směr. Presentovaný směr posouzení je možné výběrem šipky nebo pomocí tlačítek v kartě nabídek.

#### Poznámka:

Po ukončení výpočtu jsou presentované směry ve všech posudcích nastaveny na směr extrémního využití průřezu

V tabulkovém výstupu je vždy presentován aktuálně vybraný směr posouzení. Úhel posouzení je vypsán nad tabulkou shrnutí. V protokolu je potom možné presentovat pouze směr s extrémním využitím, nebo výsledky posouzení ve všech směrech.

## 4.2. Mezní stav únosnosti

Princip posudků mezních stavů únosnosti jsou popsány v manuálu pro 1D elementy. V následujících kapitolách jsou popsány pouze rozdíly v posudcích pro 2D elementy.

### 4.2.1. Posouzení únosnosti průřezu

Posouzení únosnosti se neliší od posudků pro 1D elementy. Zatížení působí pouze v jedné rovině, jedná se tedy o posouzení N + M.

### 4.2.2. Posouzení odezvy průřezu

Posouzení odezvy průřezu opět používá pro jednotlivé směry stejné algoritmy jako posudky pro 1D elementy.

### 4.2.3. Posouzení interakce

Při posouzení interakce se na rozdíl od 1D elementů provádí kontrola pouze na využití V + M, tedy interakce smyku a ohybového momentu. Samostatný posudek smyku se v současné verzi RCS neprovádí. Hodnoty  $V_{Rd,c}$  a  $V_{Rd,max}$  je možné kontrolovat v souhrnné tabulce s výsledky interakce.

N Ed	M Edy	V Ed	V Rd,c	V Rd,max	Využití V+M	Využití	Mez	Posouzení
[ kN ]	[ kNm ]	[ kN ]	[ kN ]	[ kN ]	[ % ]	[ % ]	[ % ]	
63,40	9,44	0,00	77,54	863,89	69,76	69,76	100,00	Vyhovuje

### 4.2.4. Srovnání posouzení únosnosti v programu RCS a DLUBAL

Pro srovnání posouzení únosnosti s programy Dlubal a SEN byla použita stejná data jako příkladech v kapitole 3.4.2 Srovnání výpočtu vnitřních sil s programy Dlubal a SEN. Srovnání hodnot posouzení proběhlo ve dvou bodech desky.

Protože programy Dlubal a SEN neposuzují výztuž umístěnou v průřezu desky, ale pouze navrhnou plochu do průřezu 2D elementu, byly pro srovnávací výpočet použity dvě

metody. První metoda porovnává procenta využití průřezu pro nutně navrženou výztuž v programech Dlubal a SEN na základě předpokladu, že průřez je využit na sto procent právě při použití nutně navržené výztuže. Procento využití průřezu vyztuženého stejně jako v programu RCS se potom dá poměrově vyjádřit.

$$\text{Poměrné procento využití} = A_{s, \text{nutná}} / A_{s, \text{RCS}} \cdot 100 [\%]$$

Označení	Popis
$A_{s, \text{nutná}}$	Nutná plocha výztuže spočtená programem SEN nebo DLUBAL
$A_{s, \text{RCS}}$	Plocha výztuže zadaná v RCS
100 [%]	Vyjádření v procentech

V programu RCS byl průřez vyztužen při spodním povrchu výztuží  $\phi 10$  po 200 mm v obou směrech, plocha výztuže v obou směrech je rovna 314 mm<sup>2</sup>.

Vrstva	$\phi$ [mm]	n	Vzdálenost [mm]	Zadání krajní vložky	Vzdálenost krajní vložky [mm]	Úhel [°]	$A_s$ [mm <sup>2</sup> ]	Povrch/rovina	Určení pozice	Hodnota [mm]	Typ	Materiál
1	10	4,00	250	Vzdálenost / 2	125	0,0	314	Dolní	Krytím k povrchu vložky	20	Hlavní	B 500A
2	10	4,00	250	Vzdálenost / 2	125	90,0	314	Dolní	Světélou vzdáleností od vrstvy 1	0	Hlavní	B 500A

Výsledky srovnání jsou v následující tabulce:

Pozice		Směr	Plocha výztuže $A_s$ [mm <sup>2</sup> ]			Využití průřezu [%]			Poměrné využití [%]	
X	Y		Dlubal	SEN	RCS	Dlubal	SEN	RCS	Dlubal	SEN
0,5	0,5	x dolní	116	123	314	100	100	37	37	39
0,5	0,5	y dolní	129	137	314	100	100	39	41	44
3,0	2,0	x dolní	87	93	314	100	100	29	28	30
3,0	2,0	y dolní	174	183	314	100	100	58	55	58

Z tabulky je patrná dobrá shoda využití průřezu pro všechny 3 programy

Pro druhou metodu byla výztuž v RCS zadána přibližně stejně jako nutná plocha výztuže spočtená v programech Dlubal a SEN a porovnávalo se využití průřezu. Výsledky jsou presentovány v následující tabulce:

Pozice		Směr	Plocha výztuže $A_s$ [mm <sup>2</sup> ]			Využití průřezu [%]			
X	Y		Dlubal	SEN	RCS	Dlubal	SEN	RCS	
0,5	0,5	x dolní	116	123	$\phi 10 / 650\text{mm}^2$	123	100	100	103
0,5	0,5	y dolní	129	137	$\phi 10 / 600\text{mm}^2$	137	100	100	94
3	2	x dolní	87	93	$\phi 10 / 800\text{mm}^2$	93	100	100	103
3	2	y dolní	174	183	$\phi 10 / 450\text{mm}^2$	183	100	100	93

I zde je patrná dobrá shoda výsledků

### 4.2.5. Porovnání posouzení únosnosti a ověření vzniku trhlin na sendvičovém modelu podle ČSN EN 1992 – příloha LL

Srovnávací výpočet je popsán v samostatném dokumentu  
RCS\_Verifikacni\_prikklady\_cast\_2.docx

## 4.3. Mezní stav použitelnosti

### 4.3.1. Omezení napětí

Posouzení omezení napětí se neliší od posudků pro 1D elementy.

### 4.3.2. Posouzení šířky trhlin

Při posouzení šířky trhlin je navíc oproti posudkům pro 1D elementy možné vykreslit směr trhlin v půdoryse výseku 2D elementu

## 4.4. Posouzení konstrukčních zásad

Posouzení konstrukčních zásad pro 2D elementy lze rozdělit do dvou základních skupin

- Posouzení stupně vyztužení
- Posouzení vzdáleností vložek

Posouzení konstrukčních zásad závisí i na typu 2D elementu. Pro deskostěnu a desku se provádí zvlášť posudky pro hlavní a rozdělovací výztuž. Pro stěnové elementy se zase rozlišuje posouzení horizontální a vertikální výztuže.

Posouzení stupně vyztužení hlavní výztuží se provádí zásadně ve směru hlavních napětí. Zadaná výztuž výseku elementu 2D (kromě rozdělovací deskové výztuže) se transformuje do směrů hlavních napětí. Posouzení rozdělovací výztuže v deskových elementech vychází z výsledků posouzení hlavní výztuže.

Posouzení vzdálenosti vložek je prováděno kolmo na směr posuzovaných vložek. Tento posudek je prováděn pro všechny zadané hladiny výztuže a mezní hodnoty závisí na typu posuzovaného elementu 2D a na typu zadané výztuže.

#### Kontrola konstrukčních zásad pro podélnou výztuž

Typ	Hodnota vyp	Hodnota mez	Využití [ % ]	Posudek
Minimální stupeň vyztužení hlavní výztuží, 9.3.1.1 (1) [%]	0,37	0,15	41,02	Vyhovuje
Maximální stupeň vyztužení hlavní výztuží, 9.3.1.1 (1) [%]	0,31	4,00	7,85	Vyhovuje
Minimální stupeň vyztužení pro rozdělovací výztuž, 9.3.1.1 (2) [%]	100,00	20,00	20,00	Vyhovuje
Minimální vzdálenost hlavní výztuže, 8.2 (2) [mm]	240	21	8,75	Vyhovuje
Maximální vzdálenost hlavní výztuže, 9.3.1.1 (3) [mm]	250	400	62,50	Vyhovuje
Maximální vzdálenost rozdělovací výztuže, 9.3.1.1 (3) [%]	0	450	0,00	Vyhovuje

## 5. Literatura

[1]	EN 1992-1-1: 2004 Eurocode 2 : design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for building
[2]	ENV 1992-1-1: 1991 Eurocode 2 : design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for building
[3]	Baumann, Th. : "Zur Frage der Netzbewehrung von Flächentragwerken". In : Der Bauingenieur 47 (1972), Berlin 1975